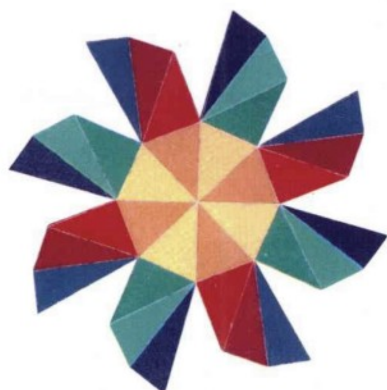
教师基本功丛书·数学教师卷

◎编著 谢明初
苏式冬
徐 勇

数学学困生的转化



ShuXueXueKunShengDeZhuaiHua

华东师范大学出版社



教师基本功丛书·数学教师卷

如何备好一堂数学课

如何上好一堂数学课

数学作业的设计与评价



数学学困生的转化

如何命数学题

数学试卷分析方法

数学教育课题研究及论文撰写指导

多媒体数学课件制作



ISBN 978-7-5617-7237-9

9 787561 772379 >

定价：10.00元

www.ecnupress.com.cn

教师基本功丛书

数学教师卷

数学

学困生的转化



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学学困生的转化/谢明初等编著.—上海:华东师范大学出版社,2009
(教师基本功丛书·数学教师卷)
ISBN 978-7-5617-7237-9

Ⅰ.数… Ⅱ.谢… Ⅲ.数学课—教学研究—中小学
Ⅳ.G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 185383 号

教师基本功丛书·数学教师卷
数学学困生的转化

编　　著　谢明初　苏式冬　徐　勇
策划组稿　李文革
审读编辑　李文革
封面设计　黄惠敏

出版发行　华东师范大学出版社
社　　址　上海市中山北路 3663 号　邮编 200062
电话总机　021-62450163 转各部门　行政传真 021-62572105
客服电话　021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话　021-62869887
门市地址　上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网　　址　www.ecnupress.com.cn

印 刷 者　江苏句容排印厂
开　　本　890×1240　32 开
印　　张　3.75
字　　数　95 千字
版　　次　2009 年 10 月第一版
印　　次　2009 年 10 月第一次
印　　数　3100
书　　号　ISBN 978-7-5617-7237-9/G·4189
定　　价　10.00 元

出 版 人　朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)



目　录



第一章 数学学习困难的研究现状与发展趋势

学困生的转化是一个富有魅力而又充满挑战的课题。课题本身所具有的理论意义和实践价值促使研究者不断探索。尽管国内外的研究取得了令人鼓舞的成果，然而研究中也面临着种种挑战。特别是对"学习困难"的概念至今还没有一个统一的界定。这种现象从一个侧面反映出"学困生转化"的复杂性。

一、学习困难定义的演变过程

通过对学习困难定义的演变过程的分析，有助于把握其发展脉络，加深对学习困难本质的理解。

1. 生理、医学模式

人类对脑功能的认识可以追溯到3000多年前。据历史文献记载，那时已有关于脑损伤和脑部疾病症状的描述。公元前600—400年，希腊的哲学家已有关于灵魂、思想均依赖于脑的观点，并在此后出现了关于心理、精神过程定位于脑室的"脑室定位学说"。这一学说保持其统治地位长达1000多年。

19世纪是人类对脑和行为的认识发展最快的一个时期。解剖学与心理学的最初结合是始于19世纪初期颅相学的出现，以维也纳内科医生、神经解剖学家加尔(Gall)为杰出代表，他们将不同的脑功能，包括心理、意识、思想、情感等均定位在脑的不同部位，并在颅骨外标记出来，形成颅骨图。他们还进一步提出，每一功能的发展

均可使其功能区域扩大，犹如锻炼可以使肌肉强健一般，从而形成了脑功能局部定位学说。此后，人们对脑损伤和学习问题的研究产生了广泛的兴趣。法国医生布罗卡（Broca）在1861年就率先指出，脑某一部位的损伤会引起失语症。布罗卡先后积累了20多个这样的病例，其中有19例都在脑相同的部位发生了病变，由此他得出结论，大脑额下会后部是与人的语言有关的神经中枢，后来人们就把这个部位称为布罗卡氏区，因为该区与"发动"语言动作有关，所以又称为运动性或表达性语言中枢。

关于学习困难的现代研究，则开始于20世纪上半叶。20世纪50年代末，美国研究者塞兰达（Thelander）等人在"与轻微脑损伤有关的学习不良"一文中首次提出了"学习不良"这个概念，后经科克（Kirk）等人的有效解释、修正和宣传，才普遍为人们所了解。哥德斯丁（Goldstein）于1939年发现头部损伤会造成多种心理行为异常症状，如知觉障碍、注意涣散、多动症等。斯托思（Strauss）在1947年提出了脑损伤的界定标准，并认为脑损伤影响正常的学习过程。

20世纪40年代早期到60年代中期关于学习困难的研究主要是一些医生和生理学家进行的，其兴趣在于研究脑损伤对学习的影响。这时的研究遵从生物医学模式，着重探讨脑生理结构损伤与学习障碍间的关系。对脑损伤的医学、生理学研究，在一定程度上影响了后来对学习不良的理解和研究。然而，由脑损伤产生的学习障碍并不是现代意义上的学习不良。由于脑的复杂性，人们无法简单地用大脑某些部位的损伤来对应解释。于是，研究者又试图用脑功能障碍来解释。无论是强调脑的结构损伤还是功能障碍，都没有摆脱医学模式，在当时的医学水平下，根本不可能阐明学习不良的成因机制，也就无法找到正确的治疗和教育方法。

2. 教育、心理学模式

在众多学科对学习困难儿童的研究中，教育、心理学的贡献是独特且令人鼓舞的。自科克等人提出学习困难概念以来，学习困难的研究已逐渐成为心理学及教育学等领域的研究热点之一。在学

习困难的研究中，对学习困难者的鉴定是必需的基础性工作，只有确定了学习困难者，才能对其进行研究和教育干预。因此，不少研究者将大量的精力投入到这项工作中去，并提出了多种学习困难的鉴定方法。20 世纪 60 年代中期以后，教育、心理学家普遍承认学习不良主要是基本心理过程障碍，这种障碍是由脑损伤、轻微脑功能障碍等多种因素造成的。一个由美国教育办公室(the U. S. Office of Education, USOE)在 1977 年推荐的定义明显体现了这个特点。该定义指出，学习不良是在理解、使用口头或书面语言方面的一种或多种基本心理过程障碍，体现为听、说、读、写、思考、数学计算等方面的一种能力缺陷。这一术语包括由知觉障碍、脑损伤、轻微脑功能障碍、失读症、发展性失语症等因素造成的学习问题，但不包括主要由视觉、听觉、动机障碍或智力落后、情感障碍，以及环境、文化、经济因素造成的学习问题。教育工作者更关注于如何针对"基本心理过程障碍"和"能力缺陷"进行补救训练，这一点在定义中得到了体现。在教育实践中，应该侧重于学习过程还是认知加工能力的补救训练，曾经有过激烈争论，但是很少人有争论造成学习不良原因的多样性和复杂性，人们不再像以前那样单纯强调脑的结构损伤或功能障碍这些生理原因。这也说明，在学习不良研究中，生物医学模式正逐渐为教育、心理学模式取代。

通过以上对学习困难定义的分析，可以得出以下结论：(1)学困生是一个异质群体；(2)学困生存在学习心理障碍；(3)学习不良是可逆的，依靠合适的教育训练可以加以改变，因为它与智力落后、感官损伤造成的学习问题根本不同。由美国学习不良全国联合委员会(the National Joint Committee on Learning Disabilities, NJCLD)在 1988 年修订的定义中就包容这些新观点。该定义指出，"学习困难是指一个异质群体在听、说、读、写、推理和数学能力的获得和运用上有明显的困难或障碍。这些个体内在的障碍可能是由中枢神经系统失能(即功能障碍)造成的，并且可能贯穿一生。自我调节行为、社会知觉和社会交往方面的问题可能与学习困难共存，但其本

身不构成学习不良。尽管学习不良可能伴随有其他障碍(如感觉损伤、智力落后、严重情绪困扰)或外在影响(如文化差异、不充足或不合适的教育),但学习不良不是由这些因素造成的。”美国学习障碍的几次界定中至今在较多的专家和家长中得到广泛认同的是1989年由美国学习障碍联合会修改公布的定义:“学习障碍是指由不同原因导致的失常,它包括不同缺陷类别的群体。这种障碍在获得与应用听、说、读、写、推理或数学能力上有明显的困难。一般推测是由于个体内在中枢神经系统的功能异常所引起;人的一生的任何时候都可能发生。学习障碍或许存在行为控制、社会知觉及社会互动的问题,但这些并非是构成缺陷的主要原因。虽然学习障碍有可能与其他障碍状况(感觉损伤、智能不足、严重情绪困扰)并存或受一些外在因素影响(例如文化差异、文化刺激不足或不当教学),但它却非由前述状况或影响所直接促成。”

二、我国学者对学习困难的界定

对学习困难儿童进行研究和教育,首要的问题是确定谁是学习困难儿童,这就涉及确定学习困难的标准以及操作方法问题。对“什么是学习困难”这样一个问题,由于问题本身的复杂性和理解的差异性,一个研究者可能无法做出一个完满、准确而又被普遍接受的理论回答,但对其研究中涉及的学习困难概念必须给出一个清晰的操作化界定。

由于医学水平的限制,从生理原因寻找标准是很困难的;同样,在没有确定学习困难是否存在以前,就去诊断儿童到底存在哪种心理过程障碍,并以此推断是否存在学习困难问题,这种方法也是不科学、不方便的。如何才能有效地确定学习困难儿童呢?研究者普遍采用“差异模式”来确定学习困难。这种“差异”指儿童的实际学业成绩与根据其智力潜能期望达到的学业成绩之间的差异,当这种差异达到一定标准时,就推断其为学习困难儿童。差异模式隐含的假设是:每个人都应该达到与其智力潜能相称的学业水平。虽然有

人对这一假设持反对意见，认为它反映了视智力为天赋素质的宿命论观点，但是建立在这一假设基础上的差异模式仍为许多学者普遍接受。如凯思(Kass)等人就将"差异标准"作为确定学习困难儿童的首要标准。因为"每个人都应实现其潜能的充分发展"这样一个观点，体现了自我实现和充分发展个体潜能的人道主义精神；实际上，智力是个体潜能中最重要的因素，如果一个人的学业水平与根据其智力预测的学业水平有较大差距，这就表明存在学习困难问题，需要进行特殊的教育补救，帮助其充分发展自己的潜能。

我国教育工作者对学习困难学生使用得最多的称谓是"差生"，有三种类型：一是学习成绩差；二是学习能力差；三是成绩、品行双差。近年来，有人认为"差生"的含义不确切，而且有损学生人格或打击其积极性。因而一些学者主张用"其才能未被开发的人"、"后进生"等来取而代之。上海的《初中学习困难学生教育研究》课题组则用"学习困难学生"这个概念。学习困难学生是指智力正常，但学习效果低下，达不到国家规定的课程标准要求的学生。其含义为：第一、学习成绩长期而稳定地达不到课程标准所要求的水平，是学习困难学生显著而主要的标志。第二、学习困难学生身心生长发育处于正常范围之中。第三、学习困难学生之间是有差异的。目前这一界定被我国教育工作者广泛接受。

三、数学学习困难的研究现状与趋势

1. 数学学困生的鉴别

"数学学习困难"与"阅读困难"已被公认为两种主要的学习困难。从科克提出"学习困难"概念开始，西方学者就非常关注"数学学习困难"，并取得重要进展。

美国精神病学会对数学学困生是这样描述的：

标准化个别测试所获得的数学成绩明显低于与年龄、智力及受教育水平相适应的分数；

学习困难明显地影响学生的数学成绩或者阻碍学生把数学运

用于实际生活；

在数学方面有特殊的困难，其严重程度超过了普通有感觉缺陷的学生在学习数学时所表现出来的困难程度。

世界卫生组织对数学学困生的描述：

学生的数学能力显著地低于其年龄、综合智力和所在年级的应有水平（在这里所谓的“数学能力”最好是通过个别化的标准化数学测验来评估）；

阅读和拼写能力在正常的范围之内；

数学困难不应归咎于教学不当，也不是视觉、知觉或神经功能缺陷的直接后果。

为了能准确地给出学习困难的定义，提高对学困生的鉴别水平，提出有针对性的方案，研究者越来越注意特定学困生的核心缺陷。有关数学学习困难的研究表明，数学学困生的主要障碍是数学计算或数学推理能力等障碍困难，包括数量或数学概念、列举和对比、阅读和书写符号、理解概念、心算和进行计算操作。

在明确数学学困生的核心缺陷后，可以对数学学困生下一个操作性的定义：他们的智力在正常范围或高于平均水平（IQ 测验分数），感觉功能正常，有充分的教育机会以及没有发育障碍和情绪紊乱等其他障碍；数学学困生不仅在计算方面有问题，而且在理解抽象概念或视觉空间能力方面也有问题。

2. 数学学困生的分类

吉瑞（Geary）根据学生完成算术任务的成绩及神经心理学标准把数学学困生分成三种类型：

记忆性数学学困生：这类学生提取数学事实时表现不佳，提取反应时间变化不定。

过程性数学学困生：主要表现为不成熟的策略、数学问题的解决中出现执行错误，形成算术概念的迟滞。

视空性数学学困生：主要特征是不能恰当地排列数字信息、符号混乱、数字遗漏或颠倒、对空间相关的数学信息的误解。

吉瑞对三类数学学困生的划分，有助于研究者对数学学困生的鉴别并进一步提出适当的干预策略。

目前对数学学困生的诊断与对一般学习困难的诊断大体一致，主要通过学习成绩和智力(IQ 分数)之间严重的偏差来进行。有三种情况：第一种情况是当一个学生的实际水平与他的学业年级数学水平之间的差异超过某个标准(比如说两个年级水平)，这种不一致性就被认为是显著的；第二种情况是 IQ 分数与数学学业成绩有显著差异；第三种情况同样考查 IQ 分数与学业成绩之间的差异，但控制了两类测验的相关性。上述判断标准也遭到了指责和批评。人们认为它有失公正，因为通过 IQ 测试所获得的分数并不能真正说明一个人的潜能。即使 IQ 测验的分数是有效的，这种差异分数究竟说明了什么也是值得考虑的。例如某个学生 IQ 处在英才的范围，而数学学习成绩却处在平均水平，两者差异达到显著的程度，但是以此来判断该学生是数学学困生显然不恰当。由于存在不同的诊断评价标准，对数学学困生的流行率调查也有很大分歧。吉瑞等人统计的数学学困生的流行率为 6%～11%。国内也有研究认为中学数学学困生流行率约为 30%。我国中学生有 1 亿多人，按此比例计算，即有 3000 多万个家庭被其子女的数学学习所困扰，这里还没有包括小学生或成人的人数。由此可见，数学学困生的影响已超出了教育自身的范围，成为一个不容忽视的社会问题。

3. 数学学困生的特征

阅读和书写困难 阅读和书写困难是数学学困生所具有的一般特征。对于一些数学问题，尤其是用语言文字来表示的数学应用题，要成功地解决这样的问题，关键是要能够正确理解题意，而阅读困难的学生不能够很好地理解题意，不能形成或形成错误的表征；另外有的儿童在阅读完了以后，不能正确地对题意进行分析，把握不住条件和目标之间的关系，对多余的条件和隐含的条件不能做出正确的分析，导致对问题感到一筹莫展；还有一部分儿童能够很好地理解题意，在解题思路上根本没有任何问题，但只要一下笔就出

错，他们的问题主要是在书写上的。也有人指出，文字表述不畅、字迹潦草等也可能会影响到数学的学习。

计算困难 计算困难主要是指学生在进行基本的算术四则运算时出现困难。数学学业不良学生的计算困难主要表现在：①计算错误。他们的运算方法和运算法则都是正确的，但在计算上发生错误。如学生在做“$125+113=249$”中出现“$5+3=9$”就属于这一种。②运算方法的混淆。如学生在做“$2504-530=2534$”时，就把其中十位上的减法错误地运用为加法。随着儿童掌握的计算方法越来越多，在计算中出现方法错误的可能性就越大。③没有掌握数学法则。数学法则非常多，儿童的错误也很常见。如，有的学生在做减法计算时不会退位，出现“$81-35=54$”，在这里儿童就用5去减1，或者在进位的数位上发生了错误，把个位数拿来进位，而十位数则直接记在答案上，如“$72\times6=712$”等等。④运算步骤缺失。如运算“$32\times14=328$”，14中个位4与32中十位3相乘的步骤缺失。另外如数数困难、数位概念不清楚、不能进行心理上的迁移等都是计算困难的具体表现。

数学中较高级的问题解决困难 小学低年级的学生主要表现为计算困难，而中高年级的学生则更多地表现为数学中较高级的问题解决困难。问题解决困难也表现出多样性，如阅读和书写困难、分析能力差、推理能力不足、问题的表征能力较弱等。问题解决困难是由多种因素综合造成的，因而它又与计算能力、空间能力、阅读能力等有着紧密的联系。

空间组织困难 一部分数学学业不良学生，在进行数学运算中，不能理解物体间的位置关系，不能把物体放在正确的位置，在头脑中难以形成物体的正确表象。例如，数字的方向或顺序颠倒，把6和9混淆，把12错读成21；或是计算中被减数与减数混乱；计算结果的数字位置排列错误等。

四、数学学习困难干预研究的取向

近年来，数学学困生转化研究有了很大发展，人们开发出了一

系列有效的干预方案。而不同的干预措施及方案建立在各自的理论基础之上，大致可分为四类：认知取向、行为取向、同伴中介取向及辅助取向。

1. 认知取向

认知取向是以信息的认知加工为基础、以学生的认知能力为目标的干预方式。认知取向干预观是基于学生对数学问题的信息加工过程时的紊乱而进行，也即是以学生的数学认知障碍为基础。学生在理解数学知识、转化知识及形成认知结构过程中存在着某些缺陷，这些缺陷影响到他们对数学知识的理解和掌握。因此，有效的数学干预措施就是如何提高数学学困生的数学认知能力，从认知结构的分析出发，联系知识本身的结构，结合认知机制、认知表征，运用各种策略实施干预，最终提高数学成绩。教师的教学如何转化为学生的有效学习，其根本在于如何将外在于学生的数学内容与学生已有的知识基础建立较为合理的联系，在于数学知识本身的结构如何转化为学生头脑中的认知结构，在于知识转化的过程、策略及其表征方式等。认知取向干预的基本领域包括数概念、计算、统计、方程及问题解决等，所采用的具体方式有方法策略教学训练、表征技术训练、元认知训练等。认知取向的教学干预较为关注学生的认知缺陷，进而进行有针对性的补救，其效果比较明显和持久，因而受到许多人的重视。人们开发出了不同的干预模式，如孟特阁(Montague)的策略教学模式中，数学教学内容包含认知策略(以特定解题策略为主)和元认知策略(以对认知策略的知觉与使用为主)。

2. 行为取向

由于认知取向的教学干预关注学生的认知能力的提高和补救，耗费的时间较长，而且难以大规模展开，因而并未被所有的人接受和认可。为此，人们开发出了一系列以行为为导向的教学干预方案。行为取向是直接针对数学学困生学习中的具体问题，采用有针对性的教学教给学生现成的应用方法。行为取向干预以问题为导向，及时处理学生所面临的数学学习障碍，如计算中如何对位、借

位，各位数的位值、公式的运用，如何识别文字题中的“一共”、“多多少”、“多少倍”等基本信息。教学方式多以示范和讲解开始，呈现具体的范例，当数学学困生基本掌握了以后，再伴以具体和简单变式程序，最后再进行较为抽象问题的教学。行为取向的教学干预在短期内能较为迅速地提高数学学习障碍儿童数学学习成绩，但这种方式可以说是治标不治本，数学学习困难儿童的学习能力，尤其是迁移能力难以得到根本的提高和改进。尽管如此，由于其简单易行，颇受一些教师的欢迎，因而在许多学校及教师中仍然使用。

3. 同伴中介取向

近年来，数学学困生干预出现了一种以同伴辅导与协作为导向的研究取向，即同伴中介取向。同伴中介取向是以学习小组作为干预的基本单位，在学习小组内，包括学困生、学习一般儿童和学习优秀儿童，通过他们之间的相互观摩、交流和协作，促进数学学习障碍儿童的发展。通常可以采用同伴教学、合作学习、小组协作等个别化教学方式进行干预。教师的职责不再是直接面对数学学困生的学习问题，而是以一个学习小组的支持者的角色出现，提供相应的学习计划、学习内容及学习策略等支持，促进同伴之间的交流，必要时也可以直接针对数学学困生进行指导。由于同伴儿童的认知发展水平比较接近，而且相互的交流比较顺畅，他们的学习方式和解题思路能够较好地被数学学习障碍儿童理解和接受。同伴中介干预方式还可以极大地提高数学学困生学习数学的信心，避免长期与教师的个别接触带来的心理压力，而且还可以形成良好的班级同伴关系氛围。近年来出现的合作学习、探究学习等就是很好的学困生干预范例。

4. 辅助教学取向

由于数学学困生本身的复杂性，除了针对数学问题的直接干预外，学生学习环境的设置也是一个值得重视的问题。这就出现了另外一种干预取向——辅助教学取向。数字化多媒体技术的发展，使学习方式变得多元化、多途径与弹性化；更为重要的是网络技术的

迅猛发展，使学习可以超越时空与环境的限制。因此，有人提出设置全方位设计的学习环境(Universal Design for Learning)，以辅助学困生进行有效的学习。在全方位设计的学习环境中，充分考虑学习困难儿童的心理特点，为他们提供有针对性和丰富性的教育环境，包括运用计算机辅助教学及多媒体教学方式。因为学困生在学习过程中可能会更倾向于接受来自某些通道的信息，如视觉、听觉、触觉或动觉等，于是，干预可以根据学生所喜欢的模式设计教学，针对数学学困生的数概念、时间、分数、计算、解文字题等基本内容提供多通道、多途径的干预支持。另外，通过多媒体教学(CAI)对数学学习障碍学生进行策略教学干预，也可以取得良好效果。

第二章 数学学习困难的分析与克服

学生学习的过程实质上是从不知到知、从少知到多知的过程，在这一过程中始终存在着不知与知、少知和多知的矛盾。从广义上说，学生认识发展的过程，就是克服困难不断前进的过程。一方面，学生在学习过程中，由于自己内在条件不同、学习环境差异、教学方法上的优劣，会对教学过程中的不同环节、不同的内容感到困难；另一方面，学习过程的一个或几个困难会阻碍学习正常进行，并由此逐步引起一系列的学习、教育、社会问题。

因此，我们要重视学生学习困难研究，并进一步帮助学生克服学习困难。

一、学习理论的概述

1. 什么是学习

人类的学习是复杂而多样的活动，因此要给它下一个简短而又全面的定义是困难的。为了我们讨论的方便，下面通过给出一些比较典型的学习理论来描述“学习”活动。

(1) 中国古代学习理论

在中国古代，学与习两个字是分开说的。一般说来，那时所讲的“学”，其基本涵义是获得知识。有时也指接受感性的或者书本的知识，与“思”、“行”相对称；有时还兼有“思”的涵义。那时所讲的“习”，其基本涵义是巩固知识。但它一般有三种涵义：一是温习；二

是实习；三是练习。有时还兼有行的意思。它相当于我们今天所说的复习巩固。这样看来，所谓学习，顾名思义包含有学与习两个环节，实际上是我国古代学、思、习、行的总称；而“学—思—习—行”的过程，也就是学习的过程。

上述学习观下的学习过程可以用下述的网状图来表示。

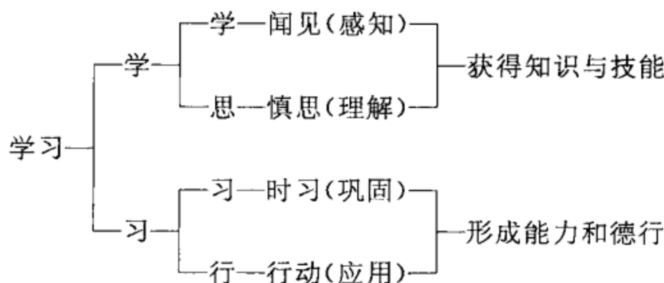


图 2－1

这是我国古代模式，它在一定程度上揭示了学习活动一般过程的本质。这一学习观表明，在教学过程中，学生学习的过程实质上是“知”、“行”的过程，是知识、技能、能力以及道德、情感、意志共同发展的过程。

我国古代的学习理论有下述三个主要特点，即“志”、“乐学”和“持恒”。

“志”是学习的前提。

“志”，就是学习目的、动机。中国古代的思想家、教育家认为“志”是学习的前提。如墨子就在《经·修身》里曾经说过：“专不疆者智不达”。意思是没有明确的学习目的，学习是不可能获得成功的。又如北宋教育家张载也认为，“人若志趣不远，心不在焉，虽学无成。”(见《张子全书·语录抄》)。这些论述表明他们重视学习的“志”，即学习的目的、动机在学习过程中的作用。

“乐”是学习的动力。

“乐学”就是指学习者在学习过程中的学习兴趣，以及伴随着学习活动的愉快心情。我国古代很重视“乐学”的作用，认为兴趣对学习活动有推动作用。孔子在谈学习时，就曾经说过：“乐以忘忧”(见

《论语·雍也》)。北宋教育家程颐也说:“知之必好,好之必求”(见《河南程氏遗书》)。

“恒”是学习的基础。

“持恒”就是学习者在学习过程中刻苦学习,努力克服学习困难,不达目的决不罢休的精神。它是学习成功的精神基础,因为学习就是改变自己不知的状况,肯定有困难需要学习者克服。我国古代很看重“持恒”这一精神基础的作用。如荀子在其著名的劝学篇中说:“锲而舍之,朽木不折;锲而不舍,金石可镂。”(见《荀子·劝学》)。

我国古代的学习理论对我们的主要启发是,在教育、教学过程中,其一,是要把学习过程看作是“知”、“行”的过程,是知识、技能、能力以及道德、情感、意志共同的整体的发展过程;其二,是要注重学习目的、动机在学习活动中的作用,要认识到学习的前提是学习的目的和动机;最后,要处理好“乐”与“恒”的辩证关系,要引导学生“苦中有乐,乐中有恒”地学习。

(2) 行为主义

现代学习理论大致可以分为行为主义和认知理论这两种学习理论。

行为学派的代表、美国心理学家桑代克认为,学习实质上是一定的刺激反应的联结;联结是通过对错误反应的淘汰、正确反应的强化,最后形成优化的刺激反应过程;人类学习的刺激反应过程是在意识参与下的过程。他用著名的“猫的学习试验”描述了 S(刺激或情境)—R(反应)的学习过程。

桑代克理论对我们的主要启发是:

首先,在学习过程中,要注意使学生处于“够得着”的学习情绪之中。因为若学生老是处于“够不着”的失败境界之中,不仅不能形成 S—R 过程,而且失败所产生的消极情绪会使学生处于一个消极状态,他们会不愿意再接受知识。反之,让学生处于“够得着”的学习情绪之中,很好地形成了 S—R,可以使学生处于一个成功的积极的学习情绪之中,他们会乐于接受知识,加倍努力学习,并且有一个

较高的学习效率。

其次，要引起学生的学习动机，使学习处于学生的积极意识之下。

最后，要注重练习和运用已经获得的学习成果，强化获得的学习成果。

(3) 认知主义

以布鲁纳和奥苏伯尔为代表的现代认知学派认为，人的认识活动按照一定的阶段顺序形成，发展成对事物的结构的认识后，形成一定的认知结构。学习就是新的知识、信息、经验等，或者被原有的知识结构同化，或者改组扩大原有的知识结构，总之产生一个容纳新的知识范畴的认知结构。现代认知学习理论能比较好地解释数学等抽象材料的学习。

现代认知学习理论对我们的主要启发是：

首先，在学习过程中，要注意发挥学习目的、期望、需要、兴趣等对学习的调节作用。

其次，要注意学生原有认知结构对学习可能有积极的作用，也可能有消极的作用。在教学中要重视优化学生的认知结构，促进知识正迁移的发生。

其三，重视培养学生的自我评价能力，优化学习方法、学习态度。

最后，注重创造能力的培养。

总之，教育情境中的学习，是在教育目标的指引下学习者获得经验而产生相对持久变化的过程。就是说，学生在学校中的学习，不仅要学习知识、技能，发展能力，形成良好的态度与习惯，而且还要改变不良的品德和习惯。

(4) “最近发展区”

维果茨基认为，儿童心理机能的发展状态在任何时候都有两种水平：一是现有水平，表现为已经完成的发展程序（学生能够独立地解决一定的智力任务）；二是“最近发展区”的水平，这种水平表现为

发展程序尚未成熟，正处于形成状态，学习还不能独立地解决一定的智力任务，但只要有一定的帮助和自己的努力，就有可能完成任务。可见，教学能否促进发展，依赖于教学能否激发、诱导那些正待成熟的心理机能的发展，在于不断使“最近发展区”的矛盾得到转化，而进入更高一级的现有水平。因此我们对学困生进行教学，应先了解学困生的“最近发展区”，针对他的“最近发展区”进行因材施教，才能使他尝到甜头，产生学习的积极性，才有可能缩小学生之间的差距。瑞士心理学家皮亚杰认为，每个儿童都有自己独特的知识结构，儿童的智力发展借助同化与顺应达到平衡状态。他强调指出：适应儿童发展阶段与思维方式的教材有利于儿童学习，否则，学习过程就会受阻。

（5）建构主义理论

建构主义是行为主义发展到认知主义以后的进一步发展，它认为学习是一个积极主动的建构进程，学生不是被动地接受外在信息，而是根据先前的认知结构主动地和有选择地建构新知识的意义。学生在知识建构过程中应与他人进行交流、磋商，并进行自我调整和修正。

建构主义学习理论对数学学困生的学习有多方面的意义：

① 应该用建构主义观点看数学。数学本身也是主体建构的产物，并非绝对正确的数学活动的结果。因此课本知识只是对现实的一种解释，一种较为可靠的假设，并非准确表征。在教学时，我们应引导学困生在理解的基础上对书上的这些假设作出自己的检验和调整，不可唯书、唯师，人云亦云，毫无自己的见解。

② 应强调知识学习是一个建构过程，必须突出学习者的主体作用。不能只注重知识的传授，更应该注重学困生能力的培养。学困生与其他学生一样，也拥有学习的潜能。

2. 中小学生的学习是特殊的心理活动过程

由于中小学生所学的特定学习内容和所处的特定学习环境，因而相对一般学习过程而言，中小学生学习是一个特殊的心理过程，

主要体现在四个方面：

（1）中小学生的学习过程是发展着的智力与不稳定的非智力因素共同作用的过程。中小学生处于青少年发展期，不论从智力方面看，还是从非智力方面看，都处于发展阶段。特别是在非智力方面，中小学生的品德、毅力、爱好等等，都处于很不稳定的阶段。如我们常常会发现某些学生今天喜欢这一学科，明天就可能因为老师批评他而厌恶这一学科。这种不稳定的非智力因素，不仅影响学习成果，导致学习困难，而且还会妨碍学生智力的发展。我们常说的"教书育人"，育"人"，不仅仅在于育"脑袋"，还要育"心"。这也可能就是中国教育的一大特色。

（2）中小学生的课堂学习是班级群体学习的活动，对个体的学习活动有着较大的影响。学习活动虽然主要依赖于个体自己的思维活动，但是学校内的学习活动是在教师指导下，全体学生共同达到预定学习目标的特定思维活动，因而受到学校内的学习风气、师生之间和学生之间的人际关系等等因素的影响。例如，初中学生处于心理发展上的"反抗期"，这种"挑战"的倾向往往妨碍师生、同学之间的良好关系，从而影响学习。另外，师生、同学之间关于学习问题的信息交流，也会影响学生学习过程中的思维活动倾向、效率和效果。我们时常可以看到，"好"班，甚至"好"学校，虽然也不是什么重点，但是学习风气、师生之间和学生之间的人际关系好，因而平均成绩也很好，这就说明，群体的活动对学生个体学习活动，以至个体品德，都有着较大的影响。

（3）中小学生的学习是学生通过实测实验来学习和应用知识的过程。中小学生数学学习的材料虽然是前人的成果，但是，他们还是要通过自己的实践，以"实践——认识，再实践——再认识"的过程来学习。因为;中小学生，特别是低年级的学生，他们的智力还处于发展期，还带有一定的动作思维的痕迹，对一些数学问题的思考，还要通过操作实物来进行，如初中生用三角板拼出 180°、高中生通过摆弄立体模型来发展空间想象力等等，都说明操作实物这类"实

践"有助于学生认识事物;有些概念必须通过操作实物才能建立,如对"一米"、"一千克"之类的数量,若不去量一量、称一称,学生就无法建立多长多重的感性认识。

(4) 中小学生的学习是能动的、创造性的学习和应用知识的过程。学生所学知识,虽然是前人已经知道了的知识,但是学生还要通过自己的思维活动,再"发现"这些知识。如学生靠自己的努力寻找一个结论、解决一个问题、推导一个公式,对他们来说完全是一种新的挑战,与科学家所经历的心理过程在本质上是一样的。所以说,中小学生的学习是能动的、创造性的和应用知识的过程。

二、数学学习困难存在的必然性

1. 从学习过程看学习困难存在的必然性

(1) 青少年的心理特征决定学习困难存在的必然性。

心理学研究表明,中小学生心理还处在发育完善阶段,神经系统脆弱不稳定,加上学习能力较低,学习时容易疲乏。自我调节能力较差,使得中小学生在学习过程中容易失去平衡。而学习过程要求多种心理因素平衡协调,所以从中小学生心理平衡性差的特征来看,学习困难的存在有一定的必然性。

中小学生主要有下述三种不利于学习的心理倾向:

一是对自己评价不当。中学生因渴望成熟,常常以批判的态度对待成年人,造成师生之间的对立,一味地反抗教师的权威,过高估计自己,一旦教师对其评价不足,就会认为教师对自己有偏见,导致心理紧张及内心反抗情绪,这种不良情绪一般都会反射到学习态度上来。例如,我们在教学调查中,常听到学生说:"老师总瞧不起我,我就不想学。""老师对我不好,我就不想学。"

二是心理因素多变性。中小学生的意志兴趣都处于发展阶段,各种心理因素处于多变发展的不稳定状态之中,其主要表现有,毅力差、注意力易分散等等,这些都会导致学习时分心。还有的学生智力不差,但是贪玩,不仅完不成课外作业,而且上课也想玩,注意

力难以集中，课间爱做小动作，学习无法深入。

三是个体与群体之间的协调差。由于生理、家庭、学业基础等不同，导致学生个体与群体之间的不协调，产生精神紧张，也会影响学习。如我们调查中发现有一个差生，原来学习不错，爱发表意见，但他说话时有些口吃，发言时往往引起哄堂大笑，造成该生在课堂上心理紧张，渐渐不敢发言，最后发展到上课无心听讲，从优等生转变为差生。

(2) 群体化教学的不足。

学生在学校内接受的是有组织的学校教育，其学习过程是在群体化的教学过程中，由浅入深、循序渐进地对学习者施加影响，使其内部认知结构日趋完善的过程。但是，群体化的教学往往难以顾及到某些学生的特殊性情况，导致个别学生在认知结构完善化的进程中受阻，即所谓的知识断漏现象。出现断漏的原因是多方面的，有的是因学生缺课，如某位初中生原来学习成绩良好，后来因病缺课，感到跟随不上，学习成绩逐渐滑落；有的是因学生在心理或生理上出现不适，如有些初一的学生，在小学数学成绩不错，但是到了初中，由于不适应抽象文字符号的学习，理解不了绝对值$|a|$的讨论，导致一遇到绝对值问题就有困难；有的是因为所学知识太难，如一个学生原在普通中学，数学成绩一般，其家长想让他学得更好，帮他转入重点中学，但是该生无法适应重点学校的难度，结果不仅没有学好数学，反而越来越差，只得转回原来的学校。这个学生对在重点中学学的那一段内容总是感到困难；有的是因为遗忘；有的是因教学方法上的不当等等。

如何认识学习过程中学生遇到的困难，国外的研究给我们一些有益的启示。例如，1993 年 5 月美国做了一项智力调查，发现 10～18 岁的美国青少年的平均智商与 50 年代同年龄的水平相比，下降了 20 分。为了查明年轻一代“智力退化”的原因，美国康奈尔大学的海伊思教授应用计算机对中小学教材进行了调查和研究。随后，他公布了一项令人吃惊的研究结果：造成美国年轻人“智力退化”的

罪魁祸首是美国中小学普遍使用的教科书。他说："长期以来，我们形成一种习惯，那就是陶醉于一种近乎自欺欺人的'成功'：简单的教科书人人看得懂，一考试就能得高分。这样，教师、学生和家长都皆大欢喜。于是，我们的教科书就越来越简单。"他警告："除非提高教科书的难度，否则明天的美利坚公民会变得头脑简单。"上述这一例子从反面告诉我们，一定的"学习困难"，即学习难度，是学生发展的必要条件。我们不希望学生学习没困难，而是希望学生在克服困难中前进，在克服困难中增长才干，培养坚强的意志力和顽强的毅力。

2. 从数学学科的特点看数学学习困难

由数学所具有的自身特点，数学学习困难也具有其特殊性。

(1) 数学是以现实世界的空间形式和数量关系作为其研究对象。

空间形式和数量关系是在抛弃了客观对象许许多多特征后获得的，因而是高度抽象的概念。正是因为研究对象的高度抽象性导致了数学学习活动也具有高度抽象性。这种抽象性主要在以下两个方面使数学学习活动产生了困难。

其一，学习者难以看出数学活动的目的性。这是由于数学的抽象性，使数学世界与现实世界有着较大距离，数学活动的目的难以实现。如我们在调查中发现，学生很难回答"数学有什么用处"这一问题。与其他学习一样，数学学习也是有意识有目的的活动，一个人为什么要学，学哪些东西，以及在学习过程中抱什么态度，用什么方法等等，这些都在很大程度上取决于学生对学习数学活动目的的认识。对数学活动目的的认识的不明确，导致数学学习目的的不明确，学习目的的不明确又导致了学习态度、方法等等不当，最终引起学习困难。如有些学生认为数学无用，仅为应付考试而学数学，平常不花时间思考数学定理、公式，为考试采取死记硬背的方式学数学，导致弄不懂、成绩差。

其二，学习者感知数学对象难。数学抽象的逐级性导致数学对象往往远离人们所能直接感知的现实世界，如在普通中小学数学教

材中，“代数和”这一概念是从正有理数相加抽象而来的，加法又是从“合并两堆同类物体”这一操作抽象而来的，所以以“合并”来理解就不行了，就造成了学生感知“代数和”这一数学对象的困难。其次，有些抽象出的数学对象已经超越了人们所能感知的领域，如“直线的无限延伸性”用眼睛是看不到的，只能在脑中想象这一概念。由于学习是认知过程，必然要从感知开始。所以，对数学对象的感知困难必然会导致学生数学学习困难。如许多学生对极限的概念理解有困难，就是因为感知极限的概念比较困难。

总之，数学的高度抽象性容易导致数学学习活动的困难，其主要表现为学习者难以确定学习目的，难以感知数学对象。

(2) 数学教材陈述一般是以演绎系统展开的，因而具有较强的系统性。

这就决定了数学学习也必须具有较其他学科更高的顺序性要求，即在数学学习活动过程中，必须遵守数学材料的原有顺序性规律，否则只能获得一些有限的零碎的知识。正如一位知名数学家所说的那样，要一步一个脚印顺序前进，不能跨步。然而中小学生把握顺序的能力还比较差，他们学习数学就自然存在着困难。如初中二年级学生的逻辑顺序性较差，导致学生在几何证明的理解以及论证推理上存在着较大的困难。另外，高度的顺序性，对学生的学习基础也提出更多的要求。

(3) 数学应用的广泛性，带来了应用形式的多变性。

由于数学研究的对象是现实世界的数量关系和空间形式，因而数学的应用十分广泛，自然科学、社会科学以及人们的生活都要用到数学。这种广泛性使得数学应用的形式多种多样，纯数学原理不多，但习题变化很多，这就要求学生有应变能力，这也会导致中小学生数学学习的困难。如，中小学生学习数学课程的综合应用题普遍有着较大的困难，是数学教学中的难点。

三、树立克服学习困难的信心

中小学数学学习目标，特别是义务教育数学课程目标，经过多

次理论论证、教学实验，表明是每一个正常的学生都能达到的学习目标。虽然学生在学习过程中个人会遇到各自的学习困难，但是从学习结果来看，一般的中小学生通过自己的努力，都能达到培养目标。就是说，从学习结果来看学习困难是可以克服的。

1. 克服学习困难的意义

(1) 落实义务教育的需要。

一方面，国家数学课程标准指出：数学是义务教育的一门主要学科，另一方面从我们的调查来看，数学学科是容易发生学习困难的学科。

所以，帮助学生克服数学学习困难，对高质量地实现义务教育目标有着重要的意义。

(2) 实现"数学教育为大众"的需要。

随着社会生产和社会生活现代化程度的逐步提高，对人的素质的要求也越来越高。从数学的应用范围来看，由于计算机的普及，数学已渗透到各个领域，需要数学的行业日益增多。从社会文化和社会生活来看，以数学语言表达的信息日益增多。从基础教育的普及来看，数学对许多学生来说已经是不可缺少的。

总之，大众需要数学。所以，作为数学教育工作者就有义务帮助学生克服数学学习过程中的困难，满足大众的需要。

(3) 发挥学生数学才能的需要。

有些学生在数学方面显得"早熟"，与同伴相比较而言，达到数学教学目的比较容易。但是，为了发挥其潜能，教学过程中时常有针对性地加大该生学习内容的难度，这样该生学习也会存在着困难。但通过克服"困难"的磨练，可以使学生得到更大限度的发展。

2. 克服学习困难的可能性

(1) 认真研究数学学习规律，克服学习困难。

从学习理论这一角度来看，学习同其他各种事物一样，有着其本身所固有的规律，如目的性、顺序性、实践性、知识与能力相互制约性等学习规律，若在教学过程中违背这些规律，学生就会不同程

度地产生学习困难。心理学、教育学已对这些规律作了较深入的研究，为我们克服学生数学学习困难提供了理论基础。

(2) 调节学习内因，克服学习困难。

造成学生学习困难的原因是多方面的，有外在的因素、非智力因素等等。事实上，从学习困难发生的主要内部原因来看，主要是因为学生智力的与非智力的两种因素的积极作用未得到充分发挥，导致他们处于某种抑制状态。所以要克服学生的数学学习困难，就要通过调节学生的内部因素，消除妨碍学习的抑制状态。这种“调节”往往要从以下两个方面着手：

其一，调节非智力因素，使之处于积极状态。教育实践以及历史上许多成功的例子都表明，学习者学习目的明确、热情高、兴趣浓、信心足，可以补偿学生智力因素方面的某些不足，从而克服由于智力发展不足而引起的学习困难。如爱因斯坦少年时是个笨头笨脑的孩子，常被老师留在学校内不许回家；牛顿小时候学习成绩不好，常常遭到老师的批评和同学的嘲弄；爱迪生年幼时理解力不强，经常被老师说为不折不扣的糊涂虫，最后被迫辍学。他们在年幼时，在许多科目上都存在着学习困难，就他们当时的水平来看，智力发展得不是十分理想，但是通过自己后天的努力，都成了伟大的科学家。可见非智力因素能够调动人们的潜能，发挥智力的光辉。

其二，发展智力，适应学习。心理学的研究越来越多地表明，中小学生的能力水平是一个等待教育开发的可变量。与其说学生因能力无法克服学习困难，还不如说因能力发展不足而不适应学习。相关教学实验表明，发展学生的能力，可以使他们适应学习，克服学习困难，提高学习成果。

3. 主动诊断学习困难

诊断学生在数学学习过程中的学习困难，是数学教学中师生的日常活动之一。其目的不仅在于防止学生由存在着困难演变成为成绩不良，更在于通过克服困难，学懂、学会、会学数学，并在这一过程之中喜欢数学。所以说，师生要有克服学习困难的自觉性。具体

地说，自觉性主要体现在以下三个方面：

第一是“有”，就是说，师生都要感觉到“有”某种数学学习困难存在。就学习概念而言，学习就是为了弄懂原来不懂的东西，没有“困难”学习就不存在。就学生的发展而言，没有“困难”的学习不可能使学生获得最大限度的发展。所以，在教学过程之中，师生都要使自已处于有某种数学学习困难存在的情境下，感觉到“有”某种数学学习困难的存在，把学习看作“逆水行舟”。

第二是“有什么——为什么”，就是说，师生在感觉到有某种数学学习困难存在的前提之下，先努力去发现困难“有什么”表现，在发现“有什么”之后，要积极地找出产生困难的原因，即寻求“为什么”。

视听问题：学生在视听方面有缺陷会妨碍他们的学习。如视力不好的学生会因为看不清黑板上的文字、图表，而不能很好地理解所学内容；听力不好的学生则可能因听不清楚而反应迟钝、不专心。

语言问题：由于普通话与方言、方言与方言之间有着较大的差异，这些差异有可能会妨碍学生的学习。如在粤语地区有一些学生对用普通话授课就不适应。

阅读问题：存在阅读困难的学生可能不太理解书本中的内容，而不能很好地预习、练习和复习。如有些学生不认识书本上的字，或者断句有困难，导致理解困难；另一些学生平时阅读速度太慢，导致学习效率跟随不上进度。

智力迟滞问题：有些学生可能因为智力发展暂时滞后，导致不能理解所学的数学概念、定理等等。特别是在教学发生大的转折时，容易发生暂时滞后问题。如从数字运算到字母运算的转折过程中，形式运演发展不足的学生就不能很好地学习代数运算。

非智力问题：学生许多方面的非智力问题会暂时，甚至长久地导致学习困难。

动机　如果学生学习的积极性、主动性不够，缺乏远大的理想和动力，就需要较多的督促才学习，甚至督促也不学习。动机问题

往往长久地导致学习困难。如有的学生对各科学习都无要求，因而对学习数学等科目不够主动；有的因经受不了数学上遭遇的挫折而持消积心理；又有的学生的其他学科都比较好，但因对数学无兴趣，使得数学学习成绩不好；过分地处罚以及与学习数学有关的消极事件，都可能使学生，甚至好学生对数学课感到讨厌。

情绪 学生的情绪波动有可能对自己数学学习造成暂时性的干扰，严重的情绪波动问题更有可能显著地连续地影响他们的学习能力。学校内的人际关系、不良的家庭关系、突发事件的降临等，所有这些因素的综合，可能对许多青少年产生很大压力。当前我国正处在迅速发展的阶段，对人们的适应能力要求高，会使学生中出现比几年前更严重的情绪不适应问题。当某个很好的学生突然出现学习数学动力减低和能力下降的迹象时，其原因可能是情绪波动造成的。

个体与群体关系问题：学生在学校、社会中的不良人际关系会影响学习。从数学学习这一个角度来看，有两大直接导致学习不适应的因素，即师生关系不良以及学生离群。

师生关系 数学教师与所任课班级学生的关系不良无疑地会导致学生厌恶数学课，影响课堂效率。当今中小学师生关系不良已经相当严重，应引起我们的重视。如“光明日报”报道，中小学中有16.2%的学生认为教师难以亲近；70%的教师认为“一代不如一代”；许多学生不主动与教师打招呼；上课没有学生擦黑板。

离群 中小学生在精神上、学习上都具有向同学寻求赞扬或帮助的倾向，因而那些无力求得赞扬或帮助的学生，在各个方面都压抑着，他们往往不适应也不愿意参加班级、学校的学习活动，其表现出能力水平较实际的发展水平低，因而他们在学习上可能会产生困难。如据有关资料显示，受冷落的男生辍学率为54%，受欢迎的男生辍学率为19%；受冷落的女生辍学率为34%，受欢迎的女生辍学率为4%；受冷落学生辍学的可能性比受欢迎的学生高两到三倍。上述数据说明，有些学生因在学校里或班级里没有朋友而离群，对

他们的学习不利。

教学问题：教师教法的缺陷无疑是引起学生学习困难的常见原因。

如果班级中有多数学生在某一阶段中的数学学习都有困难，一般来说原因是教师所用的教学方法不当。即使少数学生在某些课题上有学习困难，仍然要从教学上去找原因。引起学生学习困难的教法缺陷有多种，大致可以分为两类：一类是因所使用的传授知识方式不适合学生，而导致学生的学习困难，如新任教师使用的方法与原任课教师使用的方法的不同会导致学生在一段时间内有学习困难；另一类是因教师心理、数学思想、业务能力、教态等方面的不佳引起学生学习困难，如教师因某些私人问题而情绪不佳，对学生过于粗暴，也会引起学生学习困难。

第三是“怎么办”，即怎么解决困难，就是说在初步推测原因的基础上，师生共同探讨并着手解决“学习困难”的问题。解决“学习困难”是一个复杂的过程，其细节在本书的后几章讨论，这里只对其过程作一个大致的描述。

探讨　师生通过探讨，来加深对“学习困难”的了解，寻求解决的办法。

计划　以教师主导，制定解决“学习困难”的计划。

实施与评价　在教师指导下，相关的学生实施“学习困难”的计划。教师评价实施的结果和方法。



第三章 学习基础的诊断与干预

“基础”是一个复杂的问题，它既涉及学习者的先天条件，又涉及知识、技能和能力。“基础差”是困扰教学过程的不良现象，教师和学生都认为基础的好坏是数学成绩好坏的关键因素，因而基础问题处理得是否得当，直接影响数学教学的质量。

本章就知识、技能这两个方面，对学习基础做一个讨论，而把能力以及其他方面放在后几章讨论。

一、基础“差”的表现

1. 什么是基础

在数学教学过程中，我们一般特别强调基础，什么是学习数学的基础呢？基础一般是指，学习者进一步学习必须具备的知识、技能和能力。

从数学学习这一角度来看，学生所学习的数学课程是以一定的数学体系和逻辑系统展开的。这就决定了数学学习活动要以一定的数学知识、技能为基础，如因式分解的学习要求学习者具备整式运算的基础，即整式运算的知识、技能和整式运算的运用能力，否则的话因式分解就学不好。正如一位知名数学家所说的那样，“做一名数学家并非需要那么高的聪明，而只要具备中等以上的智力水平就可以了，关键是严格按照数学知识的逻辑顺序规律去努力学习逐步提高。”所以，基础问题对数学教学特别重要。

2. 什么是“基础差”

数学教学过程中所说的“基础差”，是指在新的数学内容学习时，由于学习所需的知识、技能存在一些问题，如该了解、理解的知识没了解、理解，该掌握的技能没掌握，而妨碍了学习的顺利进行。下面把知识与技能分开进行讨论。

(1) 知识方面。

就知识而言，“基础差”有四种情况：不知、不深、不对和不活。

不知——学生对新知识的学习所要用到的知识，因当时学习不深入而遗忘或因某种原因漏学等而不知道。

不深——对所要用的知识，由于当时不理解、死记硬背而表面上知道，实际上不深刻。如学了一元二次方程求根公式的推导后，许多学生还是不能理解“配方法”的思想，导致对此方法学习不够深刻。

不对——当时弄错了所学的知识，或者后来由于负迁移等因素而发生误解。如有些学生以为“垂直”就是铅垂，这就是学习时弄错了概念。又如有些学生学习 $\sin(A+B)$ 公式，虽然已经掌握了公式，但是后来应用时却将它与乘法分配律 $a(b+c)$ 混淆，误认为：$\sin(A+B)=\sin A+\sin B$。

不活——当时已经了解、理解了知识但未形成好的认知结构，或者后来新旧知识还未同化好，使知识成为不能运用的死知识，在新的情景之下不能创造性地运用知识。如在教学过程中，常有这样的学生，平时看来学得不错，但一遇到稍微复杂点的问题就束手无策，难以运用已学过的知识。

(2) 技能方面。

就技能而言，“基础差”的主要表现是：不会、不对、不熟。

不会——不会按规定的程序进行计算、作图或论证。如几何的证明题，不能按条件作图。

不对——将程序弄错。如不能正确按程序进行操作，如进行有理数混合运算时，对算术口诀混合运用不对。

不熟——相关的技能、技巧未达到新的数学活动所需的熟练程度。如运算速度慢，运用数学方法不灵活。

二、打好基础，防止出“差”

“基础差”这一不良现象发生在教学过程中，因而防差的措施应从教学环节着手。许多教学理论都为防差提供了理论支持，布卢姆“掌握学习”就是其中之一。

布卢姆认为，“大多数学生（也许是百分之九十以上）能够掌握我们必须教授的事物，教学的任务就是要找到使学生掌握所学学科的手段。”在一个班级、一个年级中，学生成绩是参差不齐的，有好有差。差的学生不是没有学习能力，只是因为与好生不同的能力倾向导致了差生学习速度慢。这样，“不管教师的工作多么有效，在课程或学期的每一阶段里群体教学都会产生一些学习误差。这些学习误差与以后的学习误差会混合起来。……个人很难完全纠正这些误差。”在这一想法之下，布卢姆采取了一个教学策略，使学习误差在混合之前，就找时间给学生通过反馈系统纠正过来，达到“学一段，清一段”。

“掌握学习”策略实质是：“‘群体教学’并辅之每个学生所需的频繁的‘反馈与个别化的纠正性的帮助’。‘群体教学’与目前教师所提供的常规教学是一样的。‘反馈’……指明了每个学生已学会了什么，以及在掌握某些任务之前还要学些什么。”

布卢姆“掌握学习”的程序是这样的：

① 在学习之前，教师将所学课程划分为系列化的单元。

② 制订可以测量学生学习成果的单元目标。

③ 进行常规教学。

④ 实施形成性测验（A），检查这一单元学生的学习效果，同时诊断他们出现的困难和错误。

⑤ 针对学生的困难和错误进行纠正活动。形式有两种：一种是对全体学生；另一种是对个别学生。这实质上是给“慢生”有个再次

学习的机会，同时也给“快生”有个提高的机会。

⑥ 实施形成性测验(B)，检查学生纠正后的学习成果，同时诊断他们出现的困难和错误，并对达到目标的同学予以表扬。

⑦ 对达到目标的学生提供更深的材料，一是为了避免他们无所事事，二是为了加深他们对所学内容的理解。

⑧ 进行下一单元的教学。

⑨ 举行终结性评价，评定学期学习效果。

以上程序可用图 3-1 表示。

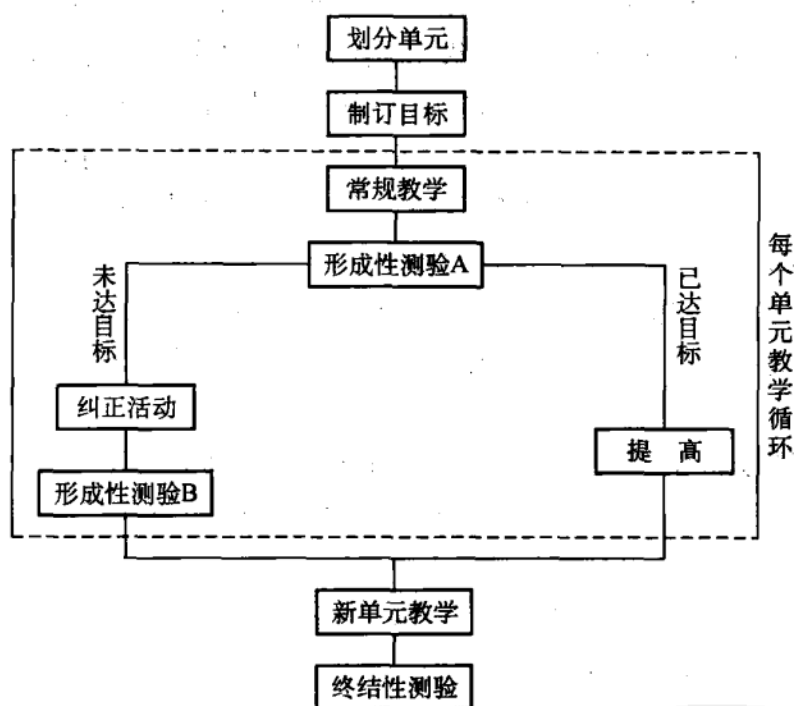


图 3-1

布卢姆的形成性测验是掌握学习的独到之处。这一方法及时检查了学生学习每个单元的目标结果如何，使每个学生通过反馈过程得到较大的发展。根据他发表的实验结果表明，有无反馈差距很大。

布卢姆课堂操作要点：

① 设计单元掌握学习计划。

设计单元掌握学习计划的目的，在于使教师教学前就做好充分的准备，尽可能周到地考虑好如何帮助学生达到单元教学目标，主动而有效地控制教学。

首先，要设计好最初的教学计划，帮助大多数学生达到单元教学目标。说明教材的方式要适应大多数学生的需要和水平，组织学习活动的手段应能使大多数学生都积极参与学习过程。

其次，再设计出有效的“反馈——矫正”计划，即如何充分利用形成性测验所提供的反馈信息提供可供选择的教学材料以及各种形式的学习活动，使学生有再次学习的机会，并帮助他们矫正学习中的差错。必须强调的是，矫正的方法应不同于最初的团体教学的方法。矫正的方法是多种多样的：可采用不同的教科书、练习册、程序教材、视听材料，或由教师重新教学或个别辅导，或由学生进行讨论及相互帮助等。

此外，教师还应设计好达到掌握的学生的活动。他们可以成为未掌握者的小教师，也可以从事其他学科的活动或非学术性的活动（如消遣性阅读），更可以深化本学科的学习以及充实本学科有关的课外知识。

最后，教学设计还应周密考虑好时间因素，最初的教学、形成性测验以及矫正工作所需的时间都应予以合理的安排，以切实提高学习的质量。

在矫正工作结束后2～3天内，常常需进行第二次测验，这是与第一次形成性测验平行或等值的。未达到掌握标准的学生只需做上次未做对的有关试题。把学生两次做对的试题的数量相加，如果达到了原先规定的掌握标准，便可以成为“掌握者”。由于进行了有针对性的矫正，因此，在实际教学中很少有学生再进行第三次测验。

② 为掌握而教。

由于事先已做好了充分准备，因而为掌握而教基本上是把预定计划加以实施的工作。教师在课程开始前应使学生充分了解“掌握学习”策略的基本思想和具体程序，使学生明确应当学些什么、怎么

学、应达到什么水平及如何判断已达到这种水平等等。教师应当讲明“掌握学习”旨在帮助绝大多数学生达到规定的掌握标准，因此要使每个学生都得到他所需要的额外学习时间和帮助。只要学生充分利用形成性测验所提供的信息，发现自己学习中的长处和不足，采用适合自己特点的矫正手段，在学习误差积累起来并影响下一步学习之前就加以纠正，那么在期末终结性考试中都能获得优良的成绩。为学生定向对于大多数学生树立能够学好的信心以及形成学习动机都是至关重要的。

定向后教师便进行为掌握而教的工作，一般有以下几个主要环节：

按最初的教学计划实施团体教学→进行单元形成性测验→已掌握者从事其他有关的活动→未掌握者接受矫正→再次测验予以认可→进入下一单元的循环。

一般来说，如果多数学生(50%以上)对掌握某些学习任务都有困难，这必然反映教师教学中存在着问题。教师应仔细检查教学方法、材料以及教学顺序的安排，重新进行经过改进的再次教学。对个别学生的困难则采用有针对性的个别矫正工作。

教学进度往往是事先由教师设计好的。因为反馈——矫正工作需要占用一定的时间，因此教师可以采用两种方法来控制教学进度。如果矫正工作安排在课外进行，那么教师便可按往常常规教学的进度实施。如果矫正工作需部分或全部占用课堂时间，教师则可以调整教学进度，先慢后快，即借用后一单元的时间；如果前一单元的学习达到掌握，那必然为后一单元的学习创造极为有利的先决条件，后一单元的学习进度便可适当加快，时间总量并不会增加很多。

③ 为掌握分等。

这一阶段通常是在期末对学生进行包含了规定课程目标的终结性考试，所有达到或超过预定的掌握水平标准的学生都能得到A等，这就打破了美国传统的按正态曲线分等的相对评分制度，鼓励了学生的胜任动机(即与自身以及学习任务竞争的内在要求)，而不

滋长学生的竞争动机(即与他人竞争的外在要求)。从发展学生个体的才能来看,具有胜任动机更有积极的意义。

对于未掌握者可采用两种做法。一是允许学生随时可以经努力后掌握,并给予鼓励。也可以用传统的B、C、D、E等级来表示学生已掌握的目标的等级,每个等级都有明确的作业标准。

有的教师认为完善的评价应根据多次信息,主张采用几次终结性测验,而课程的最终等级由这几次等级综合而成。这种做法也是可行的,但需要注意的是,决不能把形成性测验结果作为最终等级的一部分,否则形成性测验便失去了它提供反馈以改进教与学的功能,不利于大面积提高学业成绩。

布卢姆的学生布洛克曾对"掌握学习"作过精辟的概括。他认为这种策略试图将一组学生的学习达到优秀所需的时间缩短到最低限度,以便在规定的教学时间内完成教学任务。"掌握学习"策略的本质特征,首先,是教学的系统方法。教学建立在教师所追求的学习成果基础上,教学为每个学生达到各项成果提供了多种途径。其次,它是一种预定的主动教学方法。教师在授课前已做好周密的设计,教学有了明确的方向,对课内可能发生的意外事件也有所准备,因而不必浪费课内宝贵的时间、精力被动地应付动态的课堂教学情境。再次,它是管理学习的有效方法。通过为学生定向,提供适应学生需要的教学,及时监察学生的进步,并不断给予改正或鼓励,激励学生不再消极地停留在中等或差等水平,而是努力积极地追求优异的水平。

三、如何治"差"

治基础差首先要有"治"的责任感和自觉性。"基础差"就内容而言,既可能属于上一学期、学年,甚至更早一些,也可能就属于前几个单元,不论哪种,它们都妨碍了学生学习的正常进行,因而我们有责任帮助学生补"差",帮助学生克服因基础差导致的学习困难。

1. 查缺补差

(1)“查”缺。就某一阶段教学而言,查缺补差应有的放矢具有针对性。这种针对性主要体现在为新的学习作好准备。所以,首先要分析教学大纲,分析单元教学内容,弄清哪些知识、技能是本阶段教学所需的基础;其次是就本阶段教学所需的基础对学生作一个评价,“查”缺什么,为补差作准备。

分析教材单元教学内容,弄清预备的知识、技能的工作可以参照上述提到的“掌握学习”有关书籍。

(2) 大缺大补。如有理数运算的基础是算术运算,但有些刚入初中的学生算术的分数、小数运算基础差,误认为: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$; $1.23+3=1.26$ 等等。对这类连分数加减为什么要通分、小数运算如何对位的运算法则都不会的是大错误,在进行初中代数教学之前,有必要首先集中补课。虽然这比较费时间,进度可能会慢下来,但是很值得的,因为补好之后会使学生较顺利地掌握有理数运算,赶上进度,为最终达标打下良好的基础。

(3) 小缺小补。可以在课前补,温故知新;课中补,以新带旧。

2. 纠正学习错误

学生在数学中所犯的错误,有个体性的,是学生因粗心而导致的随机性错误,如把 126+321 这样的加法加错;有群体性的,是因心理因素而导致的多数学生易出的有规律性的错误,如误以为: $2^3=6$; $(a+b)^2=a^2+b^2$ 等等。

“规律性”的错误实质上是学生学习过程中心理上的困惑。因此在教学过程中,教师有意识地分析“规律性”错误的根源,可以帮助学生启发思路,锻炼智力,提高学习兴趣,也加深了学生对数学相关知识的认识。

“规律性”错误的类型,大致可以分为下面几种:

(1) 惯错。这类错误多半是因为几种数学材料在形式上相似,发生负迁移而导致认识或操作上的混乱。如上面提到的 $(a+b)^2=$

a^2+b^2，就是因为 $(a+b)^2$ 与 $(a+b)\times2$ 形式相似而导致了错误。对惯错，我们一般应通过将形式上相似的几种数学材料加以比较，反复强调，来防止负迁移的发生。

(2) 程序错。操作过程中，由于学生对所用的程序在心理上失去控制，导致操作程序错误。如戴维斯在《数学学习》中提出，许多初学的学生常误以为：$x(y+z)=xy+z$，纵然被教师纠正，他们还是出错。

戴维斯认为，学生在操作时，确实应用了“分配律”，但是不彻底。他们的运算过程是这样的：

① 看到了式子 $x(y+z)$；

② 联想到“分配律”；

③ x 对 $y+z$ 进行分配得 xy；

④ ③中已进行了分配，所以分配完毕，还剩 $+z$；

⑤ 结果是 $xy+z$。

针对这一问题，教学中应强调对“程序”知识的理解，来强化学生心理程序的完整性，如上述分配是 x 对括号 $(y+z)$ 内每一项的分配，而不是仅对其中的某一项进行分配，因为只有学生内在的程序完整才能有操作上的完整。

(3) 方向错。失去操作方向，把原先已经获得的成就抹掉。如戴维斯在《数学学习》中提到的情形：

将 $\frac{x-2}{x+1}+\frac{x-1}{x+2}$ 通分。

找公分母：

$$\frac{x-2}{x+1}+\frac{x-1}{x+2}=\frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+2)}+\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)}$$

但是有些学生却又发现式子里有公因式，于是把式子又还原为：

$$\frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+2)}+\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)}=\frac{x-2}{x+1}+\frac{x-1}{x+2}$$

在教学过程中，不仅要强调解决问题的目标，还要将一些较大

的目标分解为学生容易接受的小目标。学生认识了目标，就可以避免一些不必要的方向性错误。

(4) 偏差错误。学生对基础知识的适用范围缺乏全面的理解，对概念的内涵和外延的认识不清，一般会使他们对数学的概念、定义、公式、法则、定理的认识有偏差。如在算术平方根的化简过程之中常把$\sqrt{a^2}$当成a等。

教学过程中，可以通过下面几种方法预防、解决偏差式的错误。精心设计数学概念的教学过程，揭示概念的内涵和外延。如在算术根的教学过程中，为了弄清楚算术根概念，首先复习绝对值概念，即$|a|$的概念。理解了$|a|$只表示一个正数，当无法确定a的符号时，就要使用a或$-a$加以讨论，然后再以$\sqrt{a^2}=|a|$来理解算术平方根。

提供反例，强化公式、法则、定理适用范围。如在算术平方根的化简中，让学生找出下述论证的错误，来强化$\sqrt{a^2}=a$的适用范围：

当$a \neq b$时，

$\because a^2-2ab+b^2=b^2-2ba+a^2$，

$\therefore (a-b)^2=(b-a)^2$，

$\therefore \sqrt{(a-b)^2}=\sqrt{(b-a)^2}$，

$\therefore a=b$。

四、优化课堂教学，打好“双基”

优化课堂教学，可以提高课堂学习效率，打好“双基”，避免不该发生的学习困难。

如果班级中有多数学生在某一阶段中的数学学习都有困难，一般来说原因是教师所用的教学方法不当。即使少数学生在某些课题上有学习困难，仍然要从教学上去找原因。就是说，教学缺陷无疑是引起学生学习困难的常见原因之一。

由于课堂教学过程是一个极其复杂的过程，会受到教师自己的

特点、学生的特点以及教学环境的影响，同一种传授方法在不同的条件下，有的效果可能较好，有的则可能非常差。从这一角度来看，任何一种传授方法都有其弊端，使用不当都会使学生产生学习困难。

1. 讲授法

学生处于发展阶段，学习内容主要是间接知识，学生原本头脑中的知识联系较少，需要教师通过讲授，举一反三，来加强旧知识与新学概念的联系，帮助学生理解新概念。多数后进生的阅读能力较差，也需要通过教师的讲解来理解新概念。因此，正确地讲授可以提高学生的基础知识水平。

讲授法的特点是用语言向学生传授知识。

应用讲授法时，首先要处理好教师的讲与学生的听之间的关系。知识的讲授要精，就是说抓关键、重点、难点，对次要的内容、学生已知的内容可以略讲，而对学生已掌握的或可通过练习、思考能得到的东西可以不讲。讲授要落实到学生的“听”上。如北京四中数学教师刘坤等很注重在使用讲授法时，指导学生“听”，即帮助学生听课时做到：高度集中；边听边记笔记；“听”与“想”同步；超前思考。这一教学策略取得了一定的教学效果。

讲解与提问适当结合起来，不仅有利于疲劳的消除和学生语言能力的发展，还可以加深概念的理解。

循序渐进，重点反复。有些数学知识与学生头脑中的知识联系比较少，导致知识掌握的过程周期较长，因而教学中循序渐进，有重点地反复，有利于知识的掌握。如在 $\sqrt{a^2}=|a|$ 的教学中，先学习这一知识；次日检查学习成果——当 $a\leqslant 1$ 时，化简 $\sqrt{(a-1)^2}$；到该章结束时再强调这一知识。

当然，讲授法使用不当时，也会导致学生在课堂上的不良表现。如许多学生注意力差，显得疲劳；许多学生听不懂或重复多次才明白；许多学生动手能力差，不能熟练地使用三角板、圆规等；许多学生在数学表达方面有困难，回答问题或叙述数学事实不清楚，这些

都是教学中要注意的。因此，讲授法使用之前，要注意分析自己以及学生的特点，考虑教学过程中可能产生的弊端。如自己不善于言语，就要考虑在使用讲授法过程中，多使用一些教学模型、图表、电视、幻灯、计算机等教学手段；或者与其他方法结合起来使用。又如大多数学生如果在上学段已经习惯于自习方法，教师过多讲解就会引起学生不适应而产生反感。因为习惯于主要从视觉接收数学信息（自己看书）的学生，大多会有一段时间内对以听觉为主接收数学信息不太习惯，要有个适应的过程。

2. 自习法

自习法是以自学为主的方式，从书本上获得知识。自习法的运用过程，实质上是自学能力的培养过程。

自习法，使用不当时，可能引起下列教学问题：班级成绩分化，出现优生和差生多，而中等生少的情况；班级秩序难以控制。

但是，自习法是让学生积极主动地吸取知识，如果使用得当，通过学生的积极思考，将有利于打好"双基"。另外，自学能力是未来人才的基本能力。因此，我们要扎扎实实地培养学生的自学能力。

在自习法的使用过程中，教师要根据学生的情况，逐步提高自学的要求。学生的自习能力要通过自习法教学的进行，渐渐地形成。具体的做法是，第一步扶着走，即刚开始自习法教学时，自习的内容少一点，篇幅短一点，教师多帮助一点，提出一些具体的自习提纲；第二步放手小步走，即在自习法运用了一段时间后，篇幅大一点，但还是要向学生提出具体的自习提纲；第三步放手大步走，只提出进度性的提纲，让学生自己制订阅读计划进行自学，教师只解惑、检查和评价。

由于大多数学生在以前学习中，教师使用得多的还是讲授法，习惯于主要从听觉接收数学信息，即教师的讲解。而自习法却以视觉为主。从听觉为主转到以视觉为主接收数学信息可能会使起学生不适应。要有个适应的过程，所以开始最好是"讲解"与"看书"相结合。

运用自习法时，最好使用一些适合自习的教材，如中国科学院心理所卢仲衡主编的中学数学教材，可以提高学生自习的效率，有利于自习法的使用。

有些学生有阅读障碍，会给自习带来很难克服的困难。所以要有计划地辅导这类学生掌握阅读技巧。

3. 讨论法

讨论法是一种群体学习方法，课堂是群言堂，教师不是将现成的结论交给学生，而是让学生对学习对象进行讨论研究。

讨论法使用不当，可能引起类似自习法的教学问题。

在讨论法的使用过程中，教师设计的讨论提纲若适合学生的水平，会使讨论容易发生，进行得又有深度，有利于打好“双基”。

如在进行正比列函数教学时，对初中生提出“研究函数 $y = kx$ 的变化情况”的讨论题就不太合适，因为就大部分学生的水平而论，这个问题太空洞，讨论活动不容易进行。为此需要将原问题进行适当的分解，构造出下列几个问题。

① 取一些适当的数字，列一表格表示函数 $y = 0.4x$，并绘出函数图象，看看 x 增大时，y 如何变化？

② 取一些适当的数字，列一表格表示函数 $y = -0.4x$，并绘出函数图象，看看 x 增大时，y 如何变化？

③ 取一些适当的数字，列一表格表示函数 $y = 4x$，并绘出函数图象，看看 x 增大时，y 如何变化？

④ 取一些适当的数字，列一表格表示函数 $y = -4x$，并绘出函数图象，看看 x 增大时，y 如何变化？

⑤ 想想函数 $y = x$，x 增大时，y 如何变化？取一些适当的数字，列一表格表示函数关系，并绘出函数图象，验证你的想法。

⑥ 想想函数 $y = -x$，x 增大时，y 如何变化？取一些适当的数字，列一表格表示函数关系，并绘出函数图象，验证你的想法。

⑦ 从变化的角度看，上述与函数 $y = x$ 相似的函数有哪些？

⑧ 从变化的角度看，上述与函数 $y = -x$ 相似的函数有哪些？

⑨ 研究函数 $y = kx$ 的变化情况。

讨论时，要注意发挥教师的主导作用，搞好讨论小结。为什么要这样做呢？这是因为，一方面学生自己做出的结论往往很凌乱、层次性差、语言不简炼，需要教师对学生的讨论结果进行加工；另一方面学生大多对教师说的东西比较相信，正因为如此，即使学生的结论符合要求，教师也应将结论确认一下，强化正确的结论。

如上述"研究函数 $y = kx$ 的变化情况"讨论之后，教师应作出类似于下面的小结：

当 $k = 0$ 时，函数值是常量 0；

当 $k > 0$ 时，函数值随自变量的增大而增大；

当 $k < 0$ 时，函数值随自变量的增大而减小。

让学生有讨论自己疑问的机会。学生，特别是低年级学生正处于智力发展阶段，往往老师认为不是"问题"，而学生却认为是"问题"。如低年级学生在学习几何的反证法、同一法时，往往因对证明的"逻辑"机制缺乏一定的感性经验，导致在直觉上抵制证明过程。这时让他们对"疑问"进行讨论将有利于对"证明"过程的理解。

4. 练习法

练习法是学生在教师指导下，通过自己的练习掌握知识，形成技能的方法。练习法的主要特点是"练中学"。

数学教学中使用练习法其目的不仅仅是训练学生的技能，还要提高分析问题和解决问题的能力，因为数学教学中的技能属于心智形的，与语文中的朗诵和书法、美术中的素描等动作型技能有着明显的不同。一言以蔽之，使用练习法的教学过程应是指导学生打好"双基"，进行问题解决的过程。

如在初中统计教学中设计这样的练习："对你校门口马路上经过的车辆的装饰品作一个调查，并完成调查报告。"

学生要回答这个问题必须要对下列问题作出决策：

① 各个单位的休息日不同，车流量在一周的七天里是有区别的。所以要选择一周的某几天调查。

② 要选择一天的某一时间段作统计。

③ 计划重复多少次来减少统计的偏态。

④ 选择统计时站的位子。

⑤ 确定统计单向的车辆，还是统计双向的。

⑥ 划分车辆的类别。

⑦ 确定编制统计表格的形式。

上面我们具体地讨论了数学教学中最常用的讲授法、自习法、讨论法以及练习法的弊端和对策。但是课堂教学过程是一个极其复杂的过程，会受到教师的风格、学生的特点以及教学环境的影响，每一种教学方法在不同的条件下，都有可能存在着一定程度的局限性。一般来说，单一使用某种教学方法都会导致学生的数学学习困难。所以要想从根本上消除因教学方法不当而引起学生学习困难的现象，教学过程中就要避免使用单一教学方法，要根据教学进程的不同特点，组合使用各种教学方法，就是说要使不同的教学方法达到优化组合。一些优秀中小学教师在实践中形成的行之有效的课堂教学方法，都是多种教学方法的组合。

例如上海育才中学“读读、议议、讲讲、练练”的“茶馆式”的教学方法，是以读——自习法为基础，议——讨论法为核心，辅之以适当的讲——讲授法、练——练习法，实际上是四种教学法的有机组合。

五、增强课堂教学的有效性

教师心理、教学思想、业务能力、教态等方面的不佳，会妨碍课堂教学效果的发挥，引起学生学习困难的问题。当今课堂上应突出地解决以下几个问题：

1. 克服课堂上的消极心理

课堂教学过程中发生的学生听不懂、提问时反应不良、课堂上学生情绪低落、课堂秩序差、教师讲解出了差错等不良现象，会在某种程度上导致教师的消极心理。另外，由于数学教师与所任课班级的学生关系不良也会导致教师的消极心理。持消极心理的教师为

数可能不少。这类消极心理不仅降低教师的教学能力，也使教师有意无意地不能按常规进行教学，给学生在基础知识、基本技能上带来潜在的问题。

如“责怪”心理可能会诱使教师在课堂上训斥学生，引起师生感情上的对立，导致学生不喜欢数学课，从而妨碍学生对知识的理解、技能的掌握，产生或加重学生的数学学习困难。

又如“无所作为”的心理可能会诱使教师对学生听不懂讲解视而不见，认为“反正怎么讲他们都不懂，我有什么办法?”这样会使“双基”的教学草草而过，不仅加重了学困生的学习困难，还可能导致其他学生的学习困难。

再如“急躁”心理可能会使教师讲不清楚问题，甚至讲解出错，严重妨碍了学生对基础知识的理解。因为有些概念的错误“先入为主”，纠正起来比较困难。

2. 防止数学教学中的“急功近利”思想

所谓“急功近利”，就是指在数学教学中为提高学生成绩时的主导思想的偏激，表现为在数学教学中为提高眼前的学生考试成绩、升学率，而采用的教学手段及测验都在鼓励学生死记硬背，把复杂的数学学习过程简化为记忆算法和应用题型来处理，导致学生不能很好地理解学习内容。

“急功近利”的思想使数学教学出现一些弊端，它不仅忽视了学生数学素质的培养、非智力因素的作用、数学美的教育、数学思想的渗透和学生能力的培养，还会导致下一阶段学习出现“基础差”的不良现象。

首先忽视数学思想方法的教学。数学思想方法是数学教学中的重要内容，是基础知识的重要成分。但是由于思想方法一般要在学习数学的直接对象——事实、技能、概念和原理的过程中逐步地习得，因而思想方法常常在教学中受到冷落。这种冷落使学生不能以较高的观点看待自己所学内容，难以形成合理的知识结构，难以发生知识迁移，难以掌握解题的方法，结果导致学习困难。

如，一元二次方程的学习中，学生可能只记得求根公式，能求出一个具体一元二次方程，如 $2x^2-9x+4=0$ 的两个解，但是未能深刻地理解配方法的思想，必然会导致难以理解解析几何的一些相关的解题方法。

其次忽视了技能的内化。数学技能内化的深浅程度标志着解决数学问题的敏捷性、灵活性水平。学生需要一定的时间来内化初步掌握的数学技能，若教师在教学上"急功近利"，不在培养学生基本功上下功夫，会导致内化不够深刻，从而影响学生以后的数学活动。例如，

已知 $a^2+a+1=0$，求 $a^{17}+a^{-17}$ 的值。

水平 1：

有的学生用的方法是，由方程 $a^2+a+1=0$ 求出 a 的值，然后代入 $a^{17}+a^{-17}$ 得出结果。体现了学生有应用复数知识的初步技能，但其敏捷性、灵活性和创新性不是很好。

水平 2：

而另一些学生用的方法是，由 $a^3-1=0$，求出 $a^3=1$，然后通过变形得出结果：

$$a^{17}+a^{-17}=a^{15}\cdot a^2+\frac{a}{a^{18}}=a^2+a=-1。$$

表明了这些学生不仅有应用复数知识的初步技能，而且善于观察、思维敏捷、灵活和创新性强，表明复数知识的初步技能已经较好地内化了。

上述两种不同层次的能力表明，数学知识、技能的习得不能代替能力水平的提高。事实上，学生能力的形成是一个长期而复杂的培养过程，着重于能力培养的教学效果不易很快地表现出来。由于看不出课堂教学培养能力立竿见影的效果，部分追求"急功近利"的教师最终放弃这方面的能力。关于这一点的进一步分析请参见本书的有关部分。

"急功近利"思想可能会带来一些短期的学习效果，但由于"急

功近利”式的教学忽视数学思想的渗透、能力的培养、数学兴趣的培养及个体经验的形成等教学过程，最终会导致知识迁移难、知识应用难等现象的出现。

在“急功近利”思想驱使下，教师为什么会视数学思想的渗透、能力的培养、数学兴趣的培养及个体经验的形成等教学过程为多余的呢？我们认为问题的根子在“数学教育观”上，就是说，这些教师大多都持“形式化”的数学教育观。这种数学教育观认为经验是次要的，所以排斥直观并鄙视数学的应用。而素质教育的教育观则认为，学生学习数学不仅仅是为了获得一些形式化了的数学知识，更重要的是通过学习的过程，通过吸取数学思想来培养应付社会生活的能力。所以树立素质教育的数学教育观，有助于教师意识到数学思想等方面的教学过程的重要性，有利于自觉克服“急功近利”的思想。其次要研究教学理论，按教学规律进行数学教学，消除“急功近利”思想的干扰。

由于种种原因，现今还存在着产生“急功近利”思想的大气候。很显然，社会、教育机构以及学生家长缺乏对教师教学效果的全面评价，只以升学率及考试分数的高低来衡量教学的好与坏，是造成“急功近利”思想的主要因素。因此数学教学评价改革自然就成为数学教育改革的一项重要内容。

3. 恰当使用教学语言

教师课堂上的言语是课堂教学中知识信息的主要载体，学生在课堂上接收知识信息主要靠教师的言语。所以，课堂上的言语直接影响学生的学习效率，任何言语不当都可能导致学习困难。对学生学习不利的相关语言问题有：

(1) 言语科学性差。

由于数学语言与日常语言有许多差别，讲解时可能会不知不觉地使用一些不准确、不科学的言语，这种科学性差的语言必然影响学生正确使用数学语言，导致学生对基础知识理解产生困难。

如科学性的错误，说“π 等于 3.14”，会使学生误以为 π 等于

3.14。正确的说法是“π 近似的等于 3.14”。

又如逻辑性错误，在涉及“分式”定义时，把分式错误地说成“分母中含有字母的有理式是分式”，导致学生对“分式”与“分母”种、属关系混乱。正确地说法是“除式中含有字母的有理式叫分式”。

再如准确性的错误有，将“除”与“除以”混淆。

(2) 言语唠叨、重复过多。

讲课时如果言语唠叨、重复过多，可能使学生产生厌烦情绪，会降低学生的学习兴趣，使学生注意力分散，从而妨碍学生的数学学习。

(3) 批评时言语过重。

学生在课堂上不免有一些越轨行为，给予适当的批评是必要的。但是批评时言语过重，也会产生一些问题。如有一位小学一年级教师在课堂上问学生：“什么是校歌？”有个学生答道：“就是哈哈笑的歌。”(这句话也没有什么不好吧)教师随口就说：“你是吃石头长大的！”这样骂学生显然不好，会使学生反感。日本岩手县的调查也表明，批评时言语过重会使学生反感。这种反感会产生许多教育问题——师生关系不良、学生上课积极性不高等等，这些问题都可能导致学生学习困难。

(4) 言语不符合学生的年龄特征，使学生理解起来有困难。

(5) 讲课时教师的态度、表情、语气不佳也会影响学生在课堂上的学习效率。

我们认为教学中应该注意语言问题，避免在语言使用上出现上述不当而引起学生的学习困难。为此我们提出如下建议：

(1) 教师首先要重视自己的数学修养，这样才能保证自己的思路清晰，思路的清晰才有可能使自己言语准确、科学性强。

(2) 教师要在准确、科学性强的前提之下，努力使自己的言语合乎学生和年龄特征，产生较好的言语效果。

(3) 注意说话时的非语言行为。

如讲课时，以微笑、点头来表示赞赏学生；以皱眉、凝视、摇头来

制止课堂内的越轨行为；以手势比划空间、秩序关系来帮助学生理解等等。

上述就数学学习困难产生的原因做了一个不很全面的分析，也对在教学过程中消除这些原因，提出了一些粗略的建议。一方面，正如第二章所叙，导致学生数学学习困难的原因消除之后，并不能保证学习困难的消失，因为那些困难可能以使学生发生一些具体的学习问题——如知识未习得、技能未获得、能力发展落后于进一步学习的要求等等。所以要进一步采取教学措施，去消除困难所带来的学习问题。另一方面，对一部分学生来说，产生学习困难的"原因"未必能够完全消除，如家庭原因、生理障碍等，这时我们就要通过适当的补偿性的教学措施，发展有学习困难的学生的特长，去消除困难所带来的学习问题。

以后几个章节，我们将讨论如何解决这些学习问题。



第四章 “学习态度”的诊断与对策

学习成绩的好坏与学生的努力程度是密切相关的。有些学生“懒”，不做作业、不看书，甚至不上课等等，反正与学习相关的事都不爱做，这些学生的成绩一般都较差。这些学生为什么不努力学习呢？怎样才能使他们努力学习？这些正是我们需要研究的课题。

一、勤奋的重要性

苏联著名作家高尔基曾经说过：“天才出自勤奋。”一个人只有不断努力，刻苦学习，才能取得成绩。

我国数学家陈景润为了摘取“皇冠上的明珠”，解决“哥德巴赫猜想”，坚持每天凌晨 3 点起床学外语，同时每天去图书室，沉浸在数学符号的海洋之中。有 3 天中午，管理员临走时曾大声喊叫，问里面是否还有人，但全神贯注看书的陈景润啥也没有听见，于是他被反锁在里面。后来他望着那紧锁的大门，毫不在意的微笑了一下，不觉饥饿、不知疲倦的重又回到书堆中。

陈景润正是由于这种勤奋，摘取了“皇冠上的明珠”，成为著名的数学家。

可是，也有少数人天资聪颖，但因为不努力，他的成绩、才智却一落千丈。据《青年博览》刊载，少年大学生钱某，12 岁就会微积分，被认为神童。进了安徽科技大学，他不参加学校统一安排的高中文化补习班，却只身到图书馆看他的微积分，一个月就声称已学完。

平时，同学们去上课，他却在校园里野逛，成绩很快一落千丈。无奈，老师只得让他休学。休学一年，上学后一个时期故态复萌，他狂妄地认为在大学里学不到什么，经常拿气枪在校园里“巡猎”。最后学校只得让他退学。退学后当上了油漆工，从此钱某结束了“神童”的生涯。

从上面的两个事例我们可以看出“天才是万分之一的灵感，百分之九十九的汗水。”

“勤能补拙是良训，一分辛苦一分才。”只有勤奋、上进，才会取得好成绩。但是勤奋并不等于蛮干，也要讲求方法，只有方法适当，才能成功。因此，在数学学习中，每个学生都应该勤奋、努力，这样才会取得好的成绩！

二、对“懒”的诊断

1. “懒”的症状与表现

“懒”学生的特征有：从生理上来看，其精力能正常完成学习任务；从智力上来看，属正常，有的甚至还比较聪明，能够接受教材所安排的教学内容；从学习成绩上来看，一般属于中下游；有的“懒”学生缺勤严重等等。

“懒”学生的学习行为表现有：

课前不预习，课后不复习；上课不注意听讲，不专心，低年级的上课东捣西触，有意无意地违反课堂纪律，高年级的上课思想开小差；作业马马虎虎，抄袭，或者以种种方式（如以武力、金钱等）让别人代做作业，有的甚至不交作业，堂上的练习时间也是以混为主；很少对做错了的作业加以订正，一错再错；从不向老师提问，不参加与学习有关的讨论等等。

2. “懒”的原因

“懒”的原因有多种，有的是教育原因，有的则是社会、家庭原因。但是，从数学教育角度来看，大致可以归纳为以下四种“懒”的原因。

(1) 因盲致懒——由于学习数学的盲目性导致懒惰。

【典型案例】有一个中学生,数学成绩原来不错。该生家在农村,由于土地被征用,家里突然有了一笔钱,开了一个小店,生活富裕了。条件改善对学习应该说是个有利条件,但是该生却不想上学了,不做数学作业,更是不看书。教师找他谈话,问其原因。他说:“我不打算升高中考大学,以后做点生意可以过得很好。数学对我没什么用。老师你是大学学数学的,可是一点都不富。”

上述的这类学生,因缺乏明确的数学学习目的,他们认识不到数学的作用,只是随大流上学,不得不学数学,因而在数学学习上表现得被动,处于“懒”的状态。又如我们在调查中还发现,有些懒生是在父母逼迫之下来学校学习的,他们不愿学数学,也不愿学其他一些科目,他们看不到数学的用处,有的在外语等一些实用性科目上勤学,但认为数学没用而懒得去学。

总之,这类学生对数学缺乏起码的了解和认识。

(2) 因厌致懒——由于对数学的厌恶而导致懒学。

【典型案例】某初中男生,喜欢运动,特别爱踢足球。其他课,如语文,甚至英语都不错,唯独数学成绩特差。按他的说法,“一见到数学就头痛。”老师问他:“你从小就不喜欢数学?”该生沉默很久才开口:“小学四年级时,数学还基本上是 90 多分呢。”问:“为什么变差?”答:“五年级时,数学作业越来越多,每天老师看着我们做数学,下午 5 点多才让我们回家,球也踢不成。心里怨恨数学老师,也厌数学。有一次数学考试,我不小心错了两题,考了 82 分,老师骂我,说‘你现在变懒了,数学成绩下降得这么快。你看×××多用功,成绩进步多快,罚你再做 10 个题。’害得我星期天做了一天,球也没踢。后来越想越气,发誓不学数学,就这样,数学越来越差。”

这位学生是因教学不当导致厌学而懒的。

教学中,有许多因厌恶、不喜欢数学而在数学学习上表现较懒的学生。这类学生有的与“因盲致懒”的一样,对数学缺乏起码的认识;有的则对数学有自己的看法,认为数学枯燥无味,这些学生可能

原先对数学有一定的兴趣，甚至曾经学得还不错，只是由于某种原因，厌恶数学，懒了起来。

(3) 因败致懒——因学习上的失败，丧失信心而懒得去学习。

【典型案例】某初中生不听课，也不做作业，对数学学习抱无所谓的态度，数学成绩当然很差。老师和该生谈心，问："作业为什么老是不交?"答："我笨，不会做。""上课你没听讲吧!""想听都听不懂。""你一直不喜欢数学。""进初中时想学，可是作业太难，考试总是不及格，老师又老是批评我，就讨厌数学了。"

懒生，像上述典型案例中的学生那样，并非一开始就"懒"，往往因为不成功，在数学学习中经常遇到困难，并且很难克服。这样一次又一次的失败，导致考试成绩越来越差，领略了由此引起的种种烦恼，数学学习热情也逐步下降。特别是惯常的不及格学生，对自己没有信心，对学习不抱希望，更是懒得花时间去学习数学。据我们调查了解，有些学校为了推动和加速学生学习数学，把数学课弄得很"难"，经常给学生布置过多、过难的作业，压得他们喘不过气来，花了许多时间交上作业后，发回一看都是错的，学生十分生气。考试时出难题，把学生成绩压得很低，并有相当一部分学生的成绩不及格，使这些学生失去了学习信心，久而久之，懒得去学数学。

(4) 因依赖致懒——长期依赖他人，缺乏发奋图强的气质，导致学习上懒惰。

【典型案例】某初中女生，是独生女，从小就过分依赖家长。小学阶段学习时，都要家长"陪着"，上学放学要家长接送。久而久之，做作业遇到问题时不是独立思考，而是问家长。就这样逐渐地养成严重的懒惰作风。到了初二，在课堂上有作业也不做，而是回家让家长"陪着"做，甚至代做。考试时，一遇到难题就紧张不适应，考试成绩很差。

像上述这类因依赖致懒的学生不在少数，尤其是表现在那些娇生惯养的独生子女身上。如有的学生作业不能独立完成，而是等待老师、家长的辅导，甚至抄同学的作业；有的在学习上一遇到难题就

烦躁不安，放弃学习，缺乏起码的刻苦钻研精神。

三、治“懒”的教育对策

“懒”的原因有多种，有的是教育原因，有的则是社会、家庭原因。因而治“懒”需要家庭的配合、社会的合作，如家庭鼓励孩子树立勤奋、独立的精神，社会提倡知识的重要等等。因而其对策应是多方面的。本节从数学教育的角度出发，探讨其教育对策。

1. 以明确学习目的治懒

上面说道，有些学生因缺乏明确的数学学习目的而懒，不愿学习数学。在数学教学过程之中，我们就应对症下药，通过强化这类学生的数学学习目的，来改善他们的学习状态。

从需要上看，数学学习目的实质上是学生感到的数学学习需要，所以强化学习目的就是强化数学学习需要。马斯洛（A·Maslom）在 1970 年认为，人的需要可以分为从低级到高级的七个层次，其最低级需要是生理的需要。

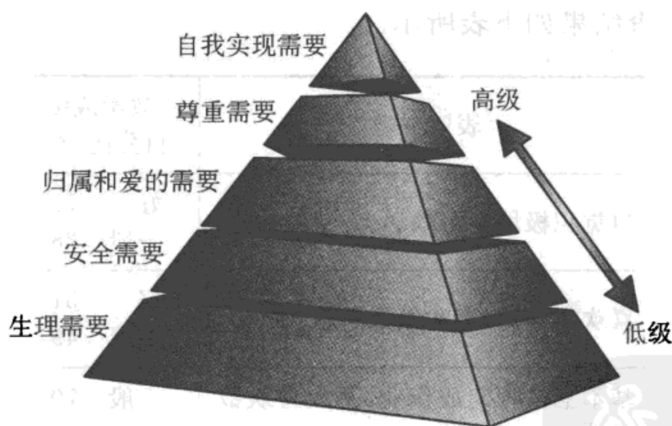


图 4－1

数学学习的需要一般不是第一、二两个层次的需要。由于数学的学习难度较大，不易取得很好的成绩，所以不容易满足“自尊的需要”和“爱与归属的需要”。教师要着力启发学生高层次的需要，帮助他们树立正确的学习目的，就是说，在认识数学的特点、作用的基

础上，树立为了解决生活和生产实际问题，为了掌握进一步学习其他学科的基础，为了提高自己的思维素养，为了建设国家而努力的思想，追求自我价值的实现。

教师可以从数学发展史及现实中数学的应用这两个方面，向学生阐明数学学习的意义，如对在平面几何学习阶段有困难的学生，可以向他们介绍古代的土地测量如何演变为平面几何，介绍古埃及的几何成就，介绍《九章算术》里的几何问题。也可以让他们思考一些生活中的几何问题，比如说，问："电视塔为什么按三角形焊接?""照相机为什么用三脚架?"等问题。这样可能诱导出学生的高层次需要，激发起良好的学习动机。

2. 以培养"兴趣"治懒

从心理学角度来看，浓厚的学习兴趣可以有效地诱发内在的学习动机，促使个体中枢神经的兴奋，自觉集中注意力，增强克服学习困难的毅力，抑制疲劳，产生愉快的情绪，从而达到治懒的目的。相关的研究表明，数学学习成绩、解题能力都与学习兴趣成"正比"关系。相关调查结果如下表所示。

学习数学兴趣	表　　现	数学成绩百分比(%)	解题能力
浓厚	自觉积极地学习数学	好　72 一般　28	强
有	喜欢数学课，喜欢做数学题	好　51 一般　49	较强
一般	基本上按时完成作业，不大喜欢数学课	一般　70 差　30	一般
反感	讨厌数学课，不做作业	差　100	差

因此要采取多种方法来激发学生的学习兴趣。

(1) 以"愉快教育"诱发数学学习兴趣。

"愉快教育"就是让学生在心情舒畅的情境下学习。厌学的学

生中，许多是在数学学习过程中有长期不愉快的体验，如常挨批，苦学等。正是这种不愉快的体验，使他们对数学学习反感，抑制了他们的学习兴趣。所以要诱发学习兴趣，就要进行“愉快教育”，让学生在数学学习过程中有愉快的情绪体验。

使厌学的学生产生愉快的学习情绪的方法很多，如通过与学生谈话，来消除其因数学学习而产生的焦虑、紧张情绪；适当减轻他们的学习负担，减少他们的作业量和降低其作业难度等等；创造一个轻松愉快的课堂环境，如教师上课不要过多地训斥学生，不要让学生下不了台等等；充分利用教学设备（幻灯、电视、计算机、教具等），以多种教学媒体向学生输送教学信息，丰富学生的感知，诱发学生兴趣。

教师的幽默也可以使课堂气氛活跃，如教师在讲 π 值时，说：“山顶一寺一壶酒尔乐。”可以在风趣的气氛之中帮助学生忘记枯燥的数值。

“愉快教育”的乐趣在于“参与”。课堂教学过程不仅是教师传授知识的过程，也是师生情感交流的过程，所以要让学生参与，让他们当主角，讲讲他们自己的想法。这种“主角”与“配角”的不断交换可以使学生始终处于愉快之中。

“愉快教育”的乐趣还在于“丰收”。成功是“愉快”情绪的源泉，因此，教学过程中，要让学生自主地得出一些结论，让他们感到“桃子”是自己摘来的，而不是别人送的。

(2) 以“奇”引“趣”。

学生基本上都有好奇心，在数学教学中，以缺少常规元素的“奇”，可以诱发他们的好奇心，达到引“趣”的目的。如在涉及三角形三边关系问题时，先问学生，“三根棒是否可以组成三角形?”学生原以为一定可以，当老师拿出三根木棒，最长一根比另外两根长度合起来要长时，让学生试着组成三角形，当发现组不成一个三角形而感到困惑时，再解释其原因，学生感到有趣。

又如让学生考虑下列推理是否正确：

$\because 4 < 8$,

$\therefore \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$,即$\frac{1}{2^2} > \frac{1}{2^3}$,

$\therefore 2\lg\frac{1}{2} > 3\lg\frac{1}{2}$,

$\therefore 2 > 3$。

学生对这一错误结论会十分惊诧,怎么会出现"2>3"的?真是不可想象的奇特现象,然后让学生自己找出错误。这种矛盾的"奇"引出"趣",会驱使他们自发地寻找自己知识的缺陷。

(3)以"惑"引趣。

有数学学习困难的学生大多在知识方面有许多困惑,这些"惑"是我们教师要帮助他们克服的学习疑难。但是在教学时,就"惑"引趣也是一种很好的办法。正如孔子提出的"不愤不启,不悱不发。"正是这个道理。"愤"是指学生处于困惑状态,这时需要教师引导学生去思,谓之启;"悱"是指学生想说又感到表达不出的困难时,才需要教师指导学生去表达,谓之发。总之,使学生处于"心欲求而未得,口欲言而不能"的进取状态,思维会最为活跃。

如在讲解添项拆项分解因式时,让学生比较 $x^6 - 1$ 的两种分解结果:

原式 $= (x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$;

原式 $= (x+1)(x-1)(x^4+x^2+1)$。

问为什么有这两种结果?如何将 (x^4+x^2+1) 分解为 $(x^2-x+1)(x^2+x+1)$?

(4)以"美"引趣。

数学知识从形式到内容都充满着令人愉快的"美",在教学中可以用这些数学美来引发学习困难学生的学习兴趣。

如涉及黄金分割的比 $\lambda \approx 0.618$ 时,可以介绍下列这些内容:

西方古代美术作品与 0.618 的关系。

报幕员在舞台上的最佳位置是舞台宽度的 0.618 处。

当温度为 23℃ 时,人们感到最舒服,此时气温与体温之比

为 0.618。

学生会由此感到黄金分割比的美妙之处。这种愉快心情会辐射到整个数学学习，产生良好的内在动机。

又如让学生来做“一笔画”，即引出趣味。

[题目]你能笔尖不离纸，一笔画出图 4-2 所示的每个图形吗？试试看。（不走重复线路）

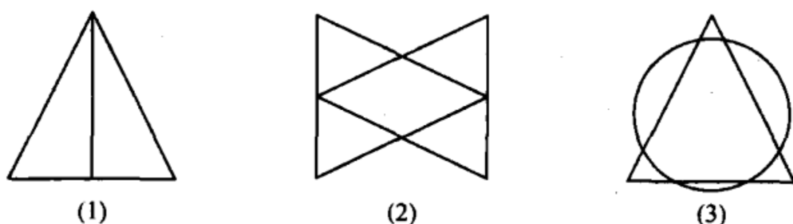


图 4-2

分析：要正确解答这道题，必须弄清一笔画图形有哪些特点。早在 18 世纪，瑞士的著名数学家欧拉就找到了一笔画的规律。欧拉认为，能一笔画的图形必须是连通图。连通图就是指一个图形各部分总是有边相连的，这道题中的三个图都是连通图。

但是，不是所有的连通图都可以一笔画。能否一笔画是由图的奇、偶点的数目来决定的。什么叫奇、偶点呢？与奇数（单数）条边相连的点叫做奇点；与偶数（双数）条边相连的点叫做偶点。如图 4-3 中的①、④为奇点，②、③为偶点。

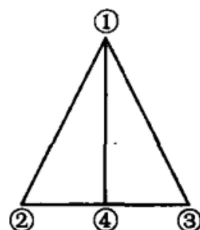


图 4-3

数学家欧拉找到的一笔画的规律是什么呢？

a. 凡是由偶点组成的连通图，一定可以一笔画成。画时可以把任一偶点为起点，最后一定能以这个点为终点画完此图。例如，图 4-4 中都是偶点，画的线路可以是：①→③→⑤→⑦→②→④→⑥→⑦→①。

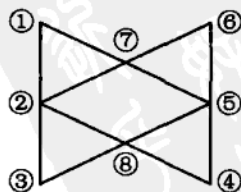


图 4-4

b. 凡是只有两个奇点的连通图（其余都为偶点），一定可以一笔画成。画时必须把一个奇点作为起点，另一个

奇点作为终点。例如,图 4－3 中一笔画的线路可以是:①→②→③→①→④。

c. 其他情况的图都不能一笔画出。

请试一试:

a. 画出图 4－2(1)和图 4－2(2)的其他线路。

b. 图 4－2(3)能一笔画吗? 有多少条线路?

c. 图 4－5 是国际奥林匹克运动会的会标,能一笔画吗? 如果能,请你把它画出来。

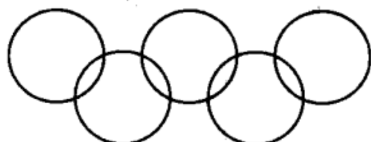


图 4－5

(5) 以“变”引趣。

“以变引趣”就是在教学指导中,对典型的问题进行有目的、多角度、多层次的改造、深化,使学生感到问题的“新”,促使学生积极主动地进行思维。变换思路、变换关系、变换条件、变换问题等都能引起学生的兴趣。如把“甲数是 100,比乙数的 3 倍多 10,求乙数?”可改为“甲数是 100,甲数减少 10 就刚好是乙数的 3 倍,求乙数?”等。这样可以诱发学生的思维灵感,为解决问题开辟广阔的思维空间。

一个问题变为多个问题,也可以使学生产生兴趣。

例如:(初中平面几何)如图 4－6,将边长为 4 的正方形 $CDEF$,截去一角成五边形 $ABCDE$,其中 $AF=2$,$BF=1$,P 是 AB 上一点,$AP:PB=2$,求矩形 $PNDM$ 的面积。

解:延长 NP 交 EF 于 K,延长 MP 交 CF 于 G,得

$$PG=\frac{1}{3}AF=\frac{2}{3},PK=\frac{2}{3}BF=\frac{2}{3},$$

∴ 矩形 $PNDM$ 的面积 $=MP\times NP=\left(4-\frac{2}{3}\right)\left(4-\frac{2}{3}\right)=11\frac{1}{9}$。

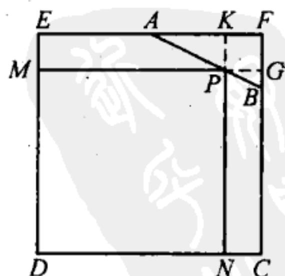


图 4－6

解完这道题后可以作如下的变化引伸：去掉条件“$AP:PB=2$”。于是矩形 $PNDM$ 的面积因点 P 在 AB 上的不同位置而变化，可引伸为如下的题目：

将边长为 4 的正方形 $CDEF$，截去一角成五边形 $ABCDE$，其中 $AF=2$，$BF=1$，若 P 是 AB 上的一个动点，并将矩形 $PNDM$ 的面积记为 S，求 S 的变化范围。

若条件不变又可引伸为：① S 的最大值、最小值分别是多少？② 点 P 在怎样的位置时，S 的值为 10？

3. 以“成功”治懒

如上所述，“懒”的学生往往是那些不成功的学生。对于这些遭受挫折的学生，改善办法之一就是帮助学生获得成功的体验。正如苏联教育家霍姆林斯基提倡的，不急于给学生打不及格分数，不过分否定学生，失去信心比什么都不利于学生提高成绩。

心理学实验的结果告诉我们，要激发学生内在的学习动机，使他们愿意学习，首先必须向学生提供一个可望而可及的学习目标。“可望”就是让学生知道要克服什么困难；“可及”就是让学生感到自己能够达到这一学习目的。我们把这两者合起来，称之为“适当”的教学目标。

“懒”的学生，有许多是因学习总是失败，导致他们在心理上对学习成果不抱有希望，放弃学习。因此，在教学过程中，教师应向他们提供一个“小步子”的“可及”的目标，让他们先克服一些能够克服的学习困难，体验克服困难的喜悦，享受学习的乐趣，克服自卑感，使他们处于“跳一跳，摘得到”的局面，从而激发出内在的学习动机，由“懒”变“勤”。当然，太容易达到的目标也不利于学生产生较好的学习动机。

“懒”生一般自我评价能力较差，所以要对他们的学习成果提供更加及时的评价。课堂上凡估计后进生会做的习题，应鼓励他们解答。后进生需要表演的机会，教师应积极地提供舞台。对于板演中的差错，绝不能讽刺挖苦。相反，在分析其错误原因的同时，应肯定

其正确部分，课后对其错误跟踪关心，千方百计帮助他们掌握最重要的基础知识。经常性地让学困生板演，使他们频繁地参与课堂教学活动，客观上培养了他们不怕失败战胜困难的优秀品质，学困生也从心理上得到满足。让他们感到老师看得起他，老师没有忘记他，老师时刻都在关注帮助他。于是学困生在课堂上的参与意识明显增强，主体作用发挥较好，学生整体水平得到提高。

作业批改与试卷评价也应让所有学生体验成功的欢乐。优秀学生的作业，就像是一份精美的工艺品，而学困生的作业，错误率高，字迹潦草，教师必须沉得住气，耐心批改，细阅中间步骤，并耐心指导学困生当着老师的面订正错题，教师要用严谨认真的批阅方式感化他们。面对面的指导，善意的规劝和批评，一定能改变学生对待作业的态度，反馈及时、纠错迅速地面批学困生作业的方式是十分有效的。

数学学困生常因考试屡遭失败而恐学，所以教师应重视关注学生的学习过程，尤其是关注学生在学习过程中作出的努力，只要发现学生进步，哪怕是微小的进步，都应不失时机地予以赞赏和表扬。试卷上写一句鼓励性评语，常会令后进生兴奋不已。积极的正面评价，促使学困生学习更有信心，表扬和鼓励能提高后进生的自信，一次次成功的体验能强有力地帮助学生克服自卑心理。学生一旦战胜了自卑，他的参与意识将更加强烈，学习会更加积极。



第五章 “智力发展水平”的诊断与对策

发展学生的智力不仅是为了帮助学生克服学习困难、提高数学成绩，而且是数学教育培养目标的一个重要组成部分。

发展智力是教育发展的必然结果。由于人们面临新科技革命的挑战，对数学思想、方法和知识的需要越来越大，几乎所有的人在未来都需要一定的数学素养。随着时代的发展、社会的进步，教育必然要以能力作为重要的培养目标。当今时代的特点是，新知识成倍地增长，旧知识不断地淘汰，对人的学习能力、适应能力以及创造能力要求越来越高。于是学校教育为了适应这种要求，在加强知识、技能传授的同时，更加重视对学生能力的培养。

正如我们所看到的那样，不少学生因“智力差”、“智力迟缓”而导致数学学习困难，然而因智力差不能接受普通教育的儿童为数很少。但是，学生与学生之间确实存在着智力发展上的差异。在教学过程中，找出这些差异无疑对困难学生有帮助，使他们从“慢”发展到“快”，从“智力迟缓”发展到“聪明”。从教学的角度来看，学生智力的发展过程是一个学习训练的过程，是教师在数学教学过程中开发他们的智力的过程，是他们的智力逐步适应数学学习要求的过程。

一、何谓“智力迟缓”

1.“智力迟缓”是某些智力成分上发展迟缓

(1) 什么是智力?

智力，通常也被看成为能力，是人们成功地完成某种活动所必需的、实践中形成和发展起来的、直接影响活动效率的、使活动的任务得以顺利完成的个性心理特征。从学校教育角度来看有两种涵义:其一指主要由于教育培养的因素，学生已表现出来的实际智力和已达到的某种熟练程度，可用成就测验来测量;其二指潜在的智力，即尚未表现出来的心理能量，而是通过学校教育、学生的学习和练习可能发展起来的智力与可能达到的某种熟练程度，可用性向测验来测量。

智力可以分为两类，一类是一般智力，如观察力、思维力、记忆力、想象力、注意力等等，它们是在各种活动中逐步形成发展而来的、保证各种活动顺利进行的个性心理特征。另一类是特殊智力，它是在某种活动中形成的、保证该活动顺利进行的个性心理特征，如数学能力、音乐能力等等。

中小学生要培养的能力包括:运算能力、空间想象能力、逻辑思维能力以及分析问题和解决问题的能力。

(2) 什么是发展?

从教育心理学的角度来看，“智力迟缓”就是智力未“发展”好;国家义务教育课程标准也提到“发展”，如“发展思维能力是培养能力的核心”，看来“发展”是教育的重要概念。

简单地说，教育心理学上的“发展”是指，少年儿童在教育的环境下，身心走向成熟的过程，并且教育的好坏直接影响学生的发展质量、速度等等。

从上述的意义上来说，“智力迟缓”就是学生的能力由于教育及各种原因发展落后。因此，教育工作者有义务帮助“智力迟缓”学生，改变能力发展迟滞的现象，克服学习困难，达到教学目的要求。

(3) 每一个学生都有可能在智力某种成分上发展迟滞。

为了说明这个问题，我们首先来看一个案例。

【典型案例】有一位初中的学生，他的身体很好，智力也正常，而且学习还比较努力，其他各学科——语文、历史、化学等都不错，但是该生的数学成绩却很差。表现为不能很好地理解、掌握某些数学概念、方法、原理以及技能。

为什么会产生这种现象呢？该生智力不是正常吗？这是不是发展落后？答案是肯定的，是发展落后。

从心理学的角度来看，智力正常仅表示该生在一些主要能力指标上达到或超过同年龄少年儿童的发展标准，但是，智力好的学生仍然有可能在能力的某些方面——如上述数学学习所要求的方面发展落后。正如基尔福德的智力结构学说所揭示的那样，智力是多层次、多因素的，之所以出现学生在某一个或几个学科上的学习无能，是因为学生智力的某些成份还未发展好，落后于这些学习所要求的智力准备。

下面我们来看看基尔福德的智力结构模型理论。

基尔福德的智力结构模型把学习和智力发展刻划为"智力操作"、"学习内容"及"学习成果"这三个智力变量。

基尔福德的智力结构模型图如图 5－1 所示。

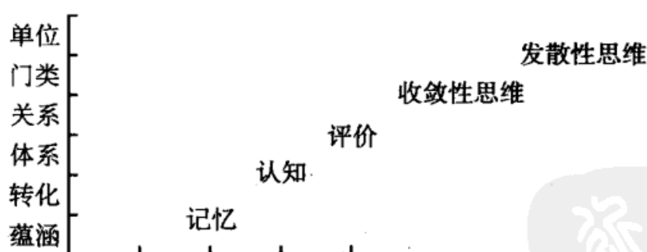


图 5－1

智力操作有五种：记忆、认知、评价、收敛性思维和发散性思维。记忆指储存和提取储存信息的能力。认知指识别和理解信息的能力。评价指为作出判断、得出结论而加工信息的能力。收敛性思维指从信息中求得一种公认结论的能力。发散性思维指以独特方式

运用已知信息的能力。

学习内容有四种：形象内容、符号内容、语言内容和行为内容。形象内容指形状和形式，如三角形、四边形等。符号内容指思维的符号或代号，如表示三角形的"△"等。语言内容指概念，如"三角形"。行为内容指个体对刺激的反应。

学习成果有六种：单位、门类、关系、体系、转化和蕴涵。单位是符号、图形、词、物体、概念(如实数)。门类是单位的集合，如实数组成的集合。关系是单位和类之间的关系(如实数的相等或不相等)。体系是单位、类及关系的组合，如实数集与定义在它上面的加法、乘法运算一起组成的实数系。转化是将信息修改、重组为新信息的过程(如实数系上的一个实函数)。蕴涵是对上述内容相互作用的后果的预言或推测(如实函数的定理)。

基尔福德的智力结构模型中认为有 $5\times4\times6=120$ 种不同的智能，是"智力操作"、"学习内容"及"学习成果"这三个智力变量组合的结果(如图 5-2)。

智力操作有五种×	学习内容有四种×	学习成果有六种
记忆	形象内容	单位
认知	符号内容	门类
评价	语言内容	关系
收敛性思维	行为内容	体系
发散性思维		转化
		蕴涵

图 5-2

如学生通过学习知道"$\triangle ABC$"的含义，当见到这一符号时，头脑中就有三角形的表象，就是"记忆"+"符号"+"单位"这种智力。

一个复杂的数学活动往往要涉及许多智力成分。下面以一个例子来说明。

已知：如图 5-3，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，D、E 分别是 AB、BC 的中点。



图 5-3

求证：$\triangle DCE \backsim \triangle ABC$。

证明	涉及能力
(要知道：D、E 是点)	Ⅰ(记忆＋符号＋单位)
(……是……的中点)	Ⅱ(记忆＋语言＋关系)
∵ D、E 分别是 AB、BC 的中点，	Ⅲ记忆＋语言＋体系
(回忆定理)	Ⅳ(记忆＋语言＋蕴涵)
∴ $DE /\!/ AC$。	Ⅴ聚合＋符号＋转化
(回忆定理)	(记忆＋语言＋蕴涵)
∴ $\triangle BDE \backsim \triangle BAC$。	Ⅵ聚合＋符号＋蕴涵
∵ $\angle ACB = 90°$，	Ⅶ记忆＋符号＋体系
$DE /\!/ AC$，	记忆＋符号＋体系
∴ $\angle ACB = \angle DEB = \angle DEC = 90°$。	聚合＋符号＋转化
∵ E 是 BC 的中点，	记忆＋语言＋体系
∴ $CE = EB$。	Ⅷ聚合＋符号＋体系
∵ $ED = ED$，	记忆＋符号＋体系
∴ $\text{Rt}\triangle DCE \cong \text{Rt}\triangle BED$，	聚合＋符号＋蕴涵
∴ $\triangle DCE \backsim \triangle ABC$。	聚合＋符号＋转换

上述几何论证过程还没有被详细地分解，我们只能说其过程中至少涉及到 8 种能力成分。可见，学生若在上述 8 种能力的某一种上发展落后，就有可能导致在这一论证过程中的困难。事实上，上述几何论证过程中的心智活动是十分复杂的，很难对 120 种智力成分作出完整的刻画，因而能力发展落后的可能性就更大了。

基尔福德运用智力结构理论，对学生作了一系列测试，其结果告诉人们，一方面，智力测验得高分的聪明学生在完成智力任务时也会有困难；另一方面，智力水平较低的学生也许会在某些类型的智力活动中表现出色。

据有关资料显示，有这样一类"正常"的学生在"认知＋图形＋转化"方面发展却迟缓，导致对空间不同位置的图形集合缺乏想象

力，结果在几何中相关内容的学习时遇到困难。

在数学教学中，我们就见过代数好而几何却差一些的学生；有的刚好相反，几何好而代数差。克鲁捷茨基在《中小学生数学能力心理学》一书中，也曾给出了代数、几何发展不平衡的案例。至于语文之类的科目很出色，而数学平平的例子就更多了。

综上所述，智力测验正常的学生在120种能力成份的某些成分上也可能发展迟缓，就是说“正常”学生也可能存在某种智力发展落后的问题。所以，我们要估计到“正常”学生的某些方面的不正常，要估计到他们的学习困难。

总之，“智力迟缓”就是某些能力成份上发展迟缓。

2.“智力迟缓”的种种表现

在数学教学过程中“智力迟缓”的表现可能是多方面的，就是说，一个学生可能在基尔福德的智力结构模型中的$5\times4\times6=120$种智能的某些方面存在着发展问题。这样就出现了下述问题，一方面，为了帮助学生克服学习困难，我们需要知道学生在哪些方面发展迟缓；另一方面，在教学过程中，要确定一个有学习困难的学生在这120种智能中有哪几种迟缓却是一件非常困难的事情。为了解决这一问题，在此，我们来看看学生在学习过程中信息加工的特点。

信息加工泛指对信息的接收、存储、处理和输出。以信息加工的观点来看，人是一个主动的动态系统，在处理和传送所接收的信息时具有极大的灵活性。从教学角度来看信息论研究认知现象的特点，就是对教学过程中学生为完成某个学习任务中的心理操作和它们的产物（信息）进行跟踪。在这一研究中，我们一般关心的是学生在学习过程中，以时间顺序形成的信息流以及学生对这些信息流的反应。事实上，基尔福德的智力结构模型就是考虑这些信息流（学习内容四种：形象内容、符号内容、语言内容和行为内容；智力操作五种：记忆、认知、评价、收敛性思维和发散性思维）。

信息加工观点下的数学教学过程如图5-4所示。

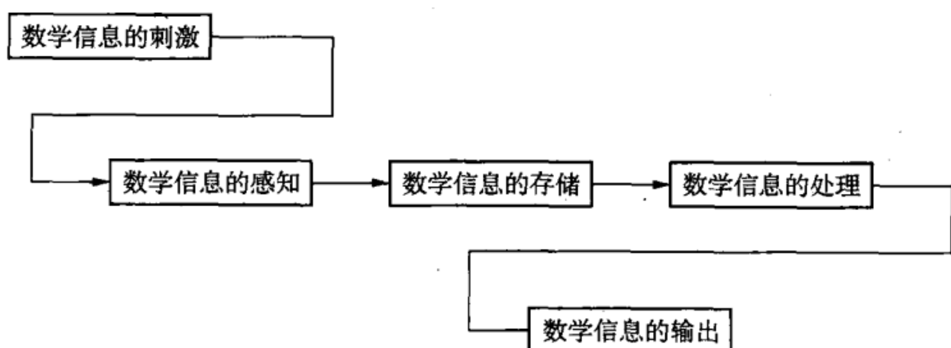


图 5－4

从学生智力发展的角度来看，我们可以把“数学信息的刺激”看作是一个独立于学生主体的刺激感知的外部信息，而把“数学信息的输出”看作个体对“刺激”（数学信息）处理的结果，就是说，“感知”、“存储”和“处理”是学生在数学学习中的智力活动。很显然，“感知”、“存储”和“处理”水平的高低就是学生智力水平的高低。如果我们不考虑“加工（感知、存储和处理）”内容，而只考虑“加工”在形式上的特点，我们不难看出，这些特点实质上是基尔福德的五种智力操作：记忆、认知、评价、收敛性思维和发散性思维。看来我们可以以学生在智力操作水平上的好坏来评价学生的智力水平。这样的评价，虽然有些粗糙，但是却大大地简化了对有学习困难学生的智力问题诊断的工作量，因而在教学中具有一定的实用性。

下面我们就根据智力操作的特点，来对“智力迟缓”作一个简单的分类。

（1）感知和理解数学信息方面的问题。

【典型案例】某一初中生，从总体上来看智力属中上等，平常精力充沛，喜欢运动。上数学课时，他对课堂上的问题有时能作出积极的反应，但是其注意力不能持久，导致该生在解决数学问题，特别是一些比较难的问题时，常常因找不出思路，马上就显得极为不安，不超过几分钟就会放弃努力。考试或平常作业，丢三落四、小错不断。

上述这类学生的注意力持久性差，其注意焦点很容易转移，刚

注意某一刺激尚未达到适度的时间，就因某种因素丧失对问题的注意。他们往往“好动”，有时显得“机灵”，但是成绩上不去，有的甚至较差。因为他们在考试时，注意力不能持久地集中在需较长时间的数学运算、证明问题上，即使做完也丢三落四，残缺不全，得分很低。

【典型案例】有位数学成绩中等的初中生，在解方程 $x^2 + \sqrt{(x^2+x+1)} + 1 = 0$ 时，不加思考地把 x^2 和 1 移到等式的右边，结果出现了四次方，费了许多时间也没有解出来。于是该生向老师请教。这位老师很有方法，不是直接告诉他答案，而是反问他：“x^2+1 比 0 大?小?”学生答：“$x^2+1>0$。”问：“对，那么 $x^2+1=0$ 有没有解?”答：“没有。”老师说：“对。你看出解那道方程的方法没有?”学生想了一下，还是没有结果。老师说：“你回去想想看，快了。”第二天，学生果然解了出来，他高兴地告诉老师，“原来 $\sqrt{(x^2+x+1)}$ 也大于 0。太简单了。”

从上述案例的描述来看，上述学生解那一道题有困难，不是因为知识有大的缺陷，而是他对与解题有关的信息，如原来 $\sqrt{(x^2+x+1)}$ 也大于 0 等“视而不见”，导致他不能很好地利用“正数不等于零”这一关键信息。

像上述“视而不见”，缺乏一定的对数学信息感知的能力，在教学中比较常见。

【典型案例】有位初中生，数学成绩和语文成绩一般，任课教师发现他学习努力，但往往在叙述一些应用题时出错、表述代数表达式时含混不清。一次课堂练习有一题的结果是 $5a+b^2$。教师看他在下面已经有正确答案，便提问，让他给出结果。他站起来愣了一分钟，然后说：“$5ab$ 平方”。教师在黑板上写了式子“$5ab^2$”，问他，“是不是这样?”这时他才发现不对，于是改口道：“$5a$ 加 b 的平方”，教师又写了式子“$(5a+b)^2$”，问他是不是，……。经过几次纠正，他才说道：“5 倍 a，然后再加上 b 的平方。”

上述这样的学生的数学语言混乱导致他不能很好理解以数学符号所表达的数学信息，引起信息加工的困难。

【典型案例】我们在教学研究中发现一个高中女生“缺乏立体感”,她所见到的立体几何里的直观图形,在头脑中反映出的“图象”都是平面图形。

像这样的学生毕竟是极少数。但是,这一特例告诉我们,直观图形在不同的人的头脑中反映出的“图象”并非都是完整的立体图形。这就导致这类学生不能处理图形所反映的几何信息。

(2) 储存和提取储存信息能力方面的问题。

【典型案例】据克鲁捷茨基记载,有一位女生在再现题目 113^2-112^2 时,犯了一个典型的错误。这个题目用代数方法计算的要点在于:如果你能在题目中看出平方差 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$,那么就能在头脑里很快算出来。学生在实验者的帮助下算出了这道题。可是一周后,她虽然记住了数 113 和 112 是题目的组成部分,却忘记了它们的数学关系(“两数的平方差”)。首先她按照 113×112 再现这道例题,接着按照 $113+112$,最后,经过一些思考,作出第三次改变:113^2-112,并且她徒劳地试图回忆怎样简易地口算这道题。

这类学生对数学方面的内容记忆能力差,是他们在数学中表现得“智力迟缓”的主要原因。克鲁捷茨基认为,数学学习方面无能的学生“对概括性的数学材料、抽象的数学关系和符号、独特的题目类型、推理和论证的模式、概括解题的方法等的记忆拙劣”。

(3) 评价方面的问题。

【典型案例】在解答“分解 $81x^2+18x+1$ 的因式”之后,教师又让学生继续解了几道类似的题目。最后,教师要某生“分解 $21x^2+12x+1$ 的因式”。该生看了一眼,比较兴奋,估计是他内心认为这道题容易解答。想了一下,21 不是正整数的平方,于是他把 21 变为 $(\sqrt{21})^2$,结果试了很长时间,还是解不出来。

这类学生往往不能很好地对已有的信息作出正确的评价,因而导致信息加工的困难。在该例中,学生不能评价公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 的作用而导致错误。

二、如何促进“智力迟缓”学生的发展

从数学教育的角度来说，发展学生的智力实质上是发展学生的一般能力（智力）和数学能力。当前，有关中小学生智力、数学能力发展方面的工作已经比较深入，有许许多多成功的经验，这些经验无疑是值得教学与教育工作者借鉴的。但是，针对一般学生特点的智力发展和数学能力培养的教学方法，显然还缺乏较强的针对性——针对“智力迟缓”学生的特点。就是说，如果我们只是泛泛地考虑培养“智力迟缓”学生的所谓能力，在促进“智力迟缓”学生发展的工作上是无法深入的，以下是我们所作的初步探讨。

1. 发展注意，提高感知效率

注意是指，当一个人在学习或工作的时候，他的心理活动或意识总是指向和集中在某一对象上，这种对一定对象的指向和集中的心理过程或意识就是注意。注意是学习的重要条件，学习“专心致志”才能有所成效。显然它是学生的数学学习能力不可缺少的组成部分。在数学教学中，我们可以发现有些学生因注意力不集中而导致感知或理解数学信息的困难。

克鲁捷茨基认为，有数学学习困难的学生，数学学习需要他们“全力以赴”，比起其他科目的学习更加容易使他们疲劳，更加容易发生注意力异常现象。所以学生的注意异常问题在数学学习中更为突出。

常见的学生注意问题有，注意涣散、缺乏以及多动症等注意力异常，有的属于神经系统的障碍，有的则属于习惯不良。下面我们仅仅从数学教学角度，对注意力持久性差作一个简单的讨论。关于注意力问题的进一步研究，请读者参考有关学习障碍的心理学资料。

有的学生注意力差，主要表现在注意力持久性差，注意焦点很容易转移，刚注意某一刺激尚未达到适度的时间，被无关的刺激所吸引而分散注意。这类学生往往显得“机灵”，但是成绩较差，因为他们在考试时，注意力不能持久地集中在需较长时间的数学运算、

证明问题上，即使做完也丢三落四，残缺不全，得分很低。

注意力持久性差的教育对策：

(1) 注意力持久性差的学生有些属于数学学习内在动机不佳，可以用动机对策中所提及的方法处理。

(2) 另一些注意力持久性差的学生则可能是学习习惯不良引起的注意力问题。对这些学生教师除了要多督促他们保持注意外，还要多提醒他们明确每次数学活动的具体目标，逐步克服注意力持久性差的毛病。

(3) 注意活动的难度要适当。就是说，在数学教学中的数学活动不能太难，也不能太容易。我们认为，对有学习困难的学生来说，注意力持久性差的原因主要是"难"。所谓"难"就是活动的前提与活动所要获得结论的差距太大，超越了学生能力，有可能使学生对活动不知从何处入手，陷入盲目状态，抑制神经系统，进入疲劳状态，最终注意力丧失。所以要适当降低难度，使注意力持久性差的学生处于"跳一跳，够得着"的状态。

(4) 以视听媒体来提高学生的注意力。应用视听媒体会增加学生接受教学信息的通道，从而提高学生对教学内容的注意。因此在数学教学中，应该充分利用视听教具来改善学生的注意力。教学中常用的视听教具有图画、模型、幻灯、录象和计算机等等。特别值得一提的是，现在计算机的普及和教学辅助软件的开发，使得视听教具更加丰富。

(5) 动脑与动手操作相结合。在教学过程中，我们都可以看到这样的学生，动手做实验、测量等活动中注意力差的学生的注意力非常集中。所以把智力活动与动手操作结合起来，有利于学生克服注意力持久性差的毛病。如在几何入门教学中，让学生量一量、叠一叠、剪一剪，既增加了对点、线、角等几何概念的感性认识，又可培养他们良好的注意习惯。

(6) 注意讲练、讲思结合。教师如果一讲到底，把书本放在一边，课堂缺少思考、练习，课堂中学生没有喘息的机会，学习材料就

无法消化，会导致疲劳，注意力下降。所以在教学中要注意讲练、讲思结合，提高注意力。

2. 发展观察力，克服视而不见

(1) 明确观察目标。“观察”是一种有意注意，因此观察的目标性在观察中具有重要意义。“智力迟缓”学生往往无法确定自己的观察目标。如有一个能力差的学生对着某一数学问题看了半天，还不知所云，教师问他，你在看什么？该生说不出什么目的来；相反，能力强的同学往往看一会儿，就理解其中的奥妙，当有人问他看什么时，他一般会说：“我在找什么关系……”或说：“好像缺什么……”等等，总之目的性强。正是“会看的看门道，不会看的看热闹”。

因此，在辅导“智力迟缓”学生观察时，不能像对能力强的学生那样，对他们提出发散性的观察，而是给出比较具体的要求，作有目标的收敛式的观察。

如一位中学老师曾经对学生这样讲述“弦切角”：先提问学生回答圆周角定义和圆周角度数定理；当学生回答正确时，再让学生观察黑板上的图(如图 5－5)：

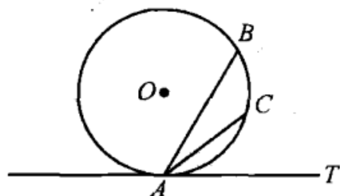


图 5－5

AC 是一个活动木条，以点 A 为中心按顺时针方向旋转 AC。请注意，当 AC 旋到 $\odot O$ 的切线位置时，所得到的 $\angle BAT$ 就是我们要讲的一个弦切角。接着他再让学生思考以下两个问题：①我们应怎样给弦切角下定义？②当 AC 转到 AT 位置之前，$\angle BAC$ 是圆周角，它的度数等于 $\overset{\frown}{BC}$ 度数的一半。请你想象并推测一下弦切角 $\angle BAT$ 的度数应是多少？

上述的教学把学生的心理活动指向 $\angle BAT$，使得一些数学较差的学生有一个很强的观察目的。

(2) 注重观察细致性的培养。有些“智力迟缓”学生，对一个数学问题的观察，往往不是什么都视而不见，而是见“大”不见“小”。我们来看一个学生在下列问题中的观察活动的表现。

解方程 $x^2+3x+2=16$。

这位学生解题的过程是：

① 先对 x^2+3x+2 因式分解：

$$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)。$$

② 把数 16 分解为 2×8，得

$$(x+1)(x+2)=2\times8。$$

③ 化 $(x+1)(x+2)=2\times8$ 为：

$$(x+1)=2,$$
$$(x+2)=8,$$

$\therefore x=1$ 或 $x=6$。

该生在①中只看到，原式的左边可以分解为 $(x+1)(x+2)$，而未注意等式右边是一个非零数 16。这一不细致的观察，导致了错误的决策"分解因式"。

在③中他没有注意到 $(x+1)=2$ 与 $(x+2)=8$ 同时成立才有等式成立。

从上述分析中可以看到，该生的不细致的观察先导致了错误的决策，后来导致解错了方程。所以我们要注重培养"智力迟缓"学生观察的细致性。

3. 提高对数学语言信息的感知和理解能力

语言是由词汇按一定的规则构成的复杂信号系统，是人们思考和交流的工具。数学语言能力是指个体对数学符号系统的掌握、理解和运用能力。研究表明，学生在数学语言上存在的障碍直接影响学生的数学学习。数学教学中有些学生数学学习困难是因为他们缺乏数学语言的技能和能力引起的。

教学中比较常见的数学语言感知和理解障碍有：

(1) 在视觉上或者听觉上不能正确区别相似的数学材料。

如有语言障碍的学生可能无法识别出下列语句中哪一个是正

确的：

一个数的正的平方根是算术根；

一个数的平方根是算术根；

一个非负数的非负平方根是算术根；

一个非零数的正的平方根是算术根。

(2) 缺乏“普通语言”与“数学符号”之间的转换能力。

如有语言障碍的学生可能无法将“这个学校有 20 倍于教师的学生”语句，转换为形如 $s = 20t$ (s 代表学生；t 代表教师)的代数式。

又如对式子“$3x + y^2$”，有语言障碍的学生对它的读法可能很不稳定，有时是“$3xy$ 平方”，有时是“$3x$ 加 y 的平方”，有时则又是“$3x$，加 y 平方”等等，这样就产生一个混乱的内部心理语言，导致思维的困难。

(3) 缺乏“数学图形——文字语言”之间的转换能力。

如有此语言障碍的学生可能存在把图形语言转换成文字语言的困难。

(4) 用言语概括数学对象、关系和运算存在着困难。

如学生无法概括一节课中究竟学习了哪些数学内容。

(5) 难以理解他人用言语表达的数学内容。

如由于自己的内部语言模糊，无法理解、区分“a、b 都不是零”与“a、b 不都是零”的区别。

(6) 自己缺乏清晰地表达数学内容的能力。

如学生虽然把一道题解出来了，但是却无法用语言将解题的过程、方法叙述清楚。

数学语言障碍的教育对策：

(1) 要求数学语言障碍的学生在做作业时，首先将原数学问题转换为“已知、求”的形式。

如这样一道题：“某街道 240 米，两旁分别树立电线杆和电灯杆。已知电线杆两两相隔 10 米，电灯杆两两相隔 6 米，问此街道每边树了多少根电杆？共树了多少根电杆？”

可以转换为下列形式：

已知：① 街道长 240 米；

② 两旁分别树立电线杆和电灯杆；

③ 电线杆两两相隔 10 米；

④ 电灯杆两两相隔 6 米。

求：① 每边树了多少根电杆？

② 共树了多少根电杆？

(2) 用出声的方式帮助有数学语言障碍的学生理清思路。

思维科学的研究表明，语言是思维的外壳。所以有数学语言障碍的学生在进行数学活动时，其思维大多一定程度处于混乱状态。通过边进行数学活动边出声的方式来暴露思维过程的混乱之处，教师再进行有针对性的校正，可以有效地帮助学生克服语言障碍。

(3) “语言——图形——语言……”

克鲁捷茨基的研究表明，很多有数学语言障碍的学生的空间知觉能力很强，呈几何型思维。根据这一特点，我们可以先借助“图形”让学生明白语言所表达的数学意义，然后再让他们把所理解的东西用语言表达出来，这样“语言——图形——语言……”直到完全正确为止。

如问题“骑自行车的人的速度为 20 公里/小时，骑马的人速度为 16 公里/小时，他们各在甲、乙两地，相离 108 公里。问若他们相向而行，两小时后他们之间的距离是多少?”我们可以让学生将上述文字信息转换为如图 5-6 所示的图象信息：

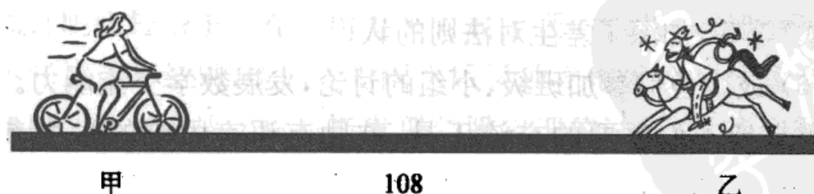


图 5-6

让学生看着上面的图说话，将图象转化为言语信息。最后，再

把言语信息转换为如图 5 - 7 所示的数学性较强的图形信息：

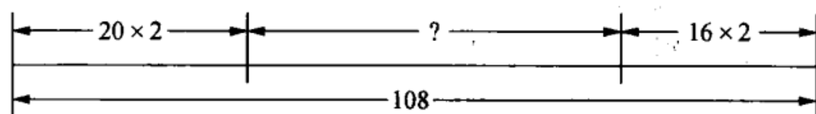


图 5 - 7

（4）注意提高学生的“普通语言”与“数学语言”的转换能力。

我们知道，就中小学数学范围来说，每个数学语言一般至少可以找到一个实际模型，这类实际模型实质上是用“普通语言”表达的数学事实。而有些学生就是因为无法将所学的“数学语言”与其对应“普通语言”联系起来，结果导致了他们的“数学语言”障碍。注意让有语言问题的学生，将以“普通语言”表达的文字题转换为较为简略的数学语言来表达，就有可能提高他们的数学语言能力。另外也要通过讨论、口头作业等形式，让他们将一些数学语言叙述的数学内容转化为普通语言叙述的内容，形成一定水平的语言直观，从另一个方面来完善他们的语言能力。

（5）经常让学生复述已经完成的数学活动，可以锻炼他们的数学语言能力。

我们常有这样的体验，自己去做一个活动不难，但是要用语言准确地描述活动的过程却比较困难。由此可见，经常让学生复述已经完成的数学活动可能锻炼他们的数学语言能力，如赵纲对差生进行口头表达能力训练，终于使他们自己能把因式分解法则概括为“把公因式提出来作第一因式，再把用公因式除原多项式的商作第二因式”等等，加深了差生对法则的认识。

（6）鼓励他们参加班级、小组的讨论，发展数学交流能力。数学作为语言是人们重要的交流工具，鼓励有语言困难的学生参加班级、小组的讨论，不仅是为了克服学生的语言障碍，也是为了实现义务教育阶段数学课程标准所规定的数学语言要求。

4. 培养对代数信息的感知力

一些学生对数与式的知觉水平低，如有的无法理解数字 1000

的含义；有的在“分解 $16x^2+8x+1$ 的因式”时，他们不能把这个式子作为“两数和的平方”的展开式来感知，因而孤立地看待每一项，知觉不出之中的联系。

对代数信息感知力问题的教学对策要点：

(1) 通过实验来改善对数的知觉。心理学研究表明，对学生来说数是一个非常抽象的概念，它的发生必须借助学生从自已的实验中获得的经验。所以在低年级的数学教学中应多提供实物给这类学生，让他们通过多操作实物来改善对数的知觉。而在中学应多做一些实验的题，用学生自己测量的数据去做题。这样不但可以改善学生对数的知觉力，还可以培养他们动手的能力。在国外，有的教师以让学生到大街上测量马路的长度方式来学习度量。

(2) 通过直观手段建立良好的代数式表象。要以直观手段帮助学生理解数学符号以及数学式子的意义。如在理解平方差公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 的含义时，就可以借助图 5－8 所示的直观图形：

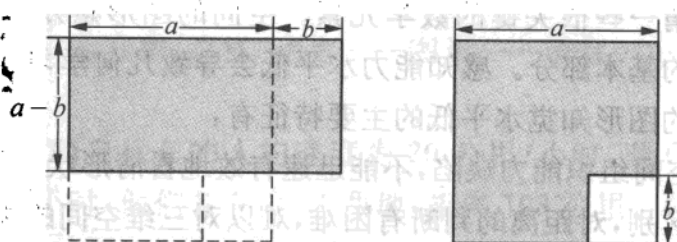


图 5－8

(3) 借助形象诱导对代数问题的感知。我们知道勾股定理这条定理的证明比较费事。在中国发现勾股定理后很长一段时间内，外国人不知道这一结果，他们在中国之后又独立地发现它。我们来看看古希腊的数学家毕达哥拉斯发现勾股定理的过程，对我们很有启发。我们一般猜想，作为大数学家毕达哥斯是用超人的运算能力来解决问题的吧！谁知完全不是这样。当时，毕达哥拉斯去埃及旅行时，无意中看到一寺院内路面的图案，高兴得拍手，说：“有了！”就这样，毕达哥拉斯也独立地发现了勾股定理。他所见的图案如图 5－9

所示。

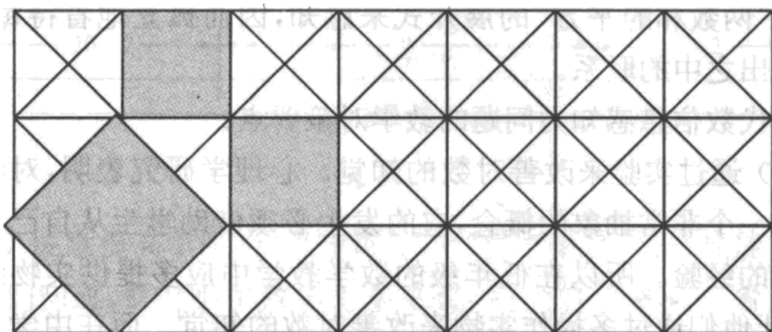


图 5-9

由此可见,虽说是抽象公式 $a^2+b^2=c^2$,但是它的发现是通过形象思维获得的。学习抽象公式也是一个发现抽象公式的过程,因此,教学中要注重数形结合,发展学生的形象思维,搞好运算能力的培养。

5. 培养对几何对象的感知能力

有一些学生由于不能对空间图形有一个完整的直接反映,往往丢失或混淆一些很关键的数学元素。空间的图形感知能力是空间想象能力的基本部分。感知能力水平低会导致几何学习困难。

空间的图形知觉水平低的主要特征有:

(1) 空间组织能力缺陷,不能迅速有效地看清形状、尺寸、长度、位置等的区别,对距离的判断有困难,难以对三维空间的物体度量。

(2) 在理解平面或立体图形、图表时,空间表象能力严重缺乏。

(3) 在理解平面或立体图形、图表时,左右空间定位有困难。

对策要点:

(1) 训练空间的图形知觉。

用从背景中找图形练习来改善图形知觉的完整性程度。

如让"图形知觉的完整性"差的学生勾划如图 5-10 所示的图形里的五角星。

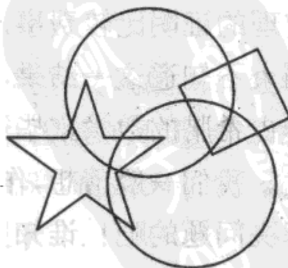


图 5-10

(2) 强化左右定位。

用对称、反对称以及镜面反射等图形来强化左右定位。

如，把 b 形和 d 形图散乱放置，让学生分类(如图 5－11)。



图 5－11

(3) 补上美术课。

让“缺乏立体感”的学生对着立体几何模型，多画一些三视图。

(4) 描绘平面图。

利用学校的平面图来训练低年级学生的方位知觉。

6. 以强化的刺激来提高获得数学知识经验的效率

记忆一般是指人脑对经验的反映。它包括识记、保持和再现三个环节。记忆能力是获得、保存、回溯知识经验的能力。人的记忆能力可以分为：一般记忆力——对一般经验、知识的记忆能力；特殊记忆力——对某一方面的经验、知识的记忆能力。

据有关的调查，86％的差生对教师所讲的内容记不住。这一数据从反面告诉我们记忆力的重要性。

数学记忆力就是一种特殊记忆力。许多研究表明数学记忆力与数学能力有着很大的关系。克鲁捷茨基认为，有些学生在数学学习方面困难的主要原因是他们的数学记忆能力差。数学学习方面无能的学生对“概括性的数学材料、抽象的数学关系和符号、独特的题目类型、推理和论证的模式、概括解题的方法等的记忆拙劣”。可见数学记忆力在数学学习中的重要作用。

数学记忆力差的学生在数学知识和数学活动经验的获得、保存、回溯这三方面都存在着一定的困难。因此教学过程中主要从这三个方面着手。

现代心理学表明，单纯从听觉获得的信息，一般能记住 15％左右；单纯从视觉获得的信息，一般能记住 25％左右；但如果把听觉和视觉结合起来，其保持量一般能提高到 65％(如图 5－12)。

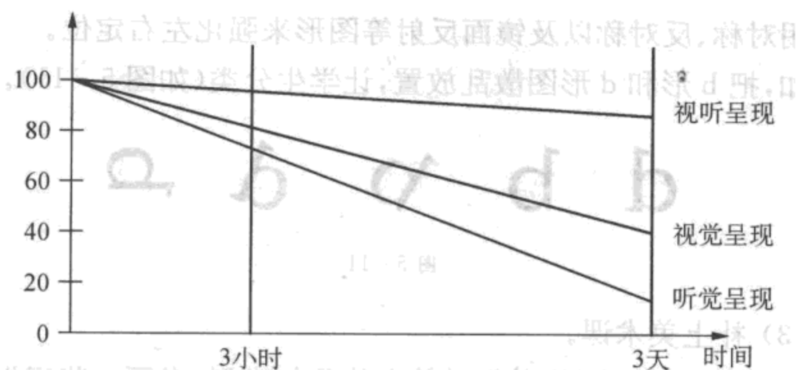


图 5－12

因此，可以通过对视听觉的多种强化刺激来增加知识的保持量。

具体做法是让有记忆障碍的学生将需要记忆的数学事实、数字的关键性部分文字让学生自己大声朗读，并用自己喜爱的颜色做上记号。

如“$y=\arcsin x$ 的值域是$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$”，其关键部分是“值域是$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$”，可以用红笔做上记号来加强刺激。

同样对几何图形中关键的线条、区域也可让学生用颜色涂上或者加上斜线。如在证明梯形 $ABCD$ 内的两个三角形（$\triangle ABO$ 和 $\triangle DCO$）面积相等时（如图 5－13），可将图中的有关部分加上斜线。

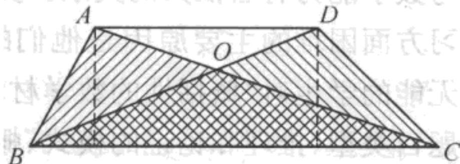


图 5－13

这样可以使学生在图形特征方面有较强的刺激，有利于他们记住几何论证的逻辑结构。

另外教师授课时也可以适当应用上述技巧进行板书设计，使这些学生在课堂上就获得强化的刺激，为他们记忆这部分学习材料打下基础。

还可以利用图表、模型、电教设备等教学工具，让学生以不同的

感官获得同一信息的刺激，达到强化的目的。

如在讲解 $y=\sin x$ 和 $y=\cos x$ 的图象时可以借助物理实验室教学示波器，让学生自己动手调节这两个函数图象的振幅、周期和相位，使手眼共同接受刺激。随着计算机的普及，同样的课题还可以让学生自己编出下列程序：

```
10    REM SINE SND COSINE
20    TEXT:HOME:P=3。14159:E=0
30    PRINT"1,Y=A * SIN(B * X+C)+D":PRINT
40    PRINT"2;Y=A * COS(B * X+C)+D":PRINT
50    PRINT"WHICH ONE DO YOU WANT TO DO?"
(注:双引号内意思是"您选择哪个?")
60    GET A$ :IF A$ ="2"THEN E=1
70    INPUT "INPUT A, B, C, D"; A, B, C, D
75    IF A=0 THEN END
80    HGR2:HCOLOR=3
90    HPLOT 0, 95 TO 279, 95 TO 275, 90
100   HPLOT 140, 191 TO 140, 0 TO 145, 5
101   FOR I=1 TO 27
120   HPLOT I * 10, 94 TO I * 10, 96
130   NEXT I
140   FOR I=1 TO 19
150   HPLOT 139, I * 10-5 TO 141, 95
TO    I * 10-5
160   NEXT I
170   FOR T=-126 TO 126
180   X=140+T
184   IF E=0 THEN 190
185   IF E=1 THEN 195
190   Y=95-10 * A * SIN(B * T/10+C * P/180)-10 * D:
```

```
        GOTO  200
195     Y=95-10*A*COS(B*T/10+C*P/180)-10*D
200     HPLOT X, Y
210     NXET T
220     GET A$: GOTO 20
```

在计算机上操作,加深对参数变化的刺激。

还可以使用书本上的应用正弦曲线做弯管的练习来加深刺激。

7. 帮助数学记忆力差的学生养成复习的习惯,促进记忆的保持

根据心理学有关遗忘的理论,要使刺激所引起的神经联系"痕迹"不至于消退或干扰,就必须反复复习。而数学记忆力差的学生由于对数学材料的记忆没有恒心,因而不大愿意花时间去复习,这就加重了他们记忆数学材料的困难。另外他们复习的习惯不良,大多是"暴食暴饮",测验时多强记,平时又不与书本"见面"。时间的安排不当也是导致数学记忆障碍的一个重要原因。所以教师对这类学生要多加督促,让他们把平时复习与考前复习结合起来,养成良好的复习习惯。

8. 提供适量的学习材料,减轻记忆负担,提高知识的保持率

根据心理学的研究,在一般情况下,学习材料的多寡和保持的百分率成反比,所以学习材料要适量。对数学材料有记忆困难的学生更要注意适量,其含义有两点:一是要求记忆的数学材料是数学教学基础的内容;二是即使对最基础的教学内容,也要先熟悉,后逐步记忆,最终才要求全部记忆。

如我们在处理"两角和与差的三角函数"这部分内容时,只能要求学生掌握二倍角、积化和差与差化积公式,而至于 $\sin 3x=?$ 和 $\cos 3x=?$ 就不应要求学生,特别是有数学记忆障碍的学生记忆。即使二倍角、积化和差与和差化积公式这些基本公式,也不能要求

学生学一个记一个，而应该等公式基本学完，边做题边查公式地用一段时间，熟悉了之后再记忆。

另外有记忆障碍的学生，往往记忆的速度较慢，所以检查他们的功课时，适当降低要求，让他们回答时翻翻书本。这样既可以使他们对自己的学业成果不至于太失望，也给了他们一次复习的机会，为最终达到教学要求奠定基础。

心理学研究表明，有的人记忆力差，不是因为他没有保持住记忆的材料，而是材料难以从脑中提取出来。意义化、组织化的材料比无意义、无组织的材料不仅容易识记和保持，而且特别有利于学习者再现学习材料。有记忆障碍的学生大都习惯于死记硬背数学材料，这样不仅不易记住学习材料，即使记住了，也会因再现的困难而无法应用这些死知识。所以在教学中，我们要着重让学生将新知识意义化和组织化，理解它，然后在理解的基础上记忆它。

将材料意义化和组织化，一般较多地是将新旧材料进行对比，以及将旧材料进行推广和引伸等。

如立体几何中的一些定义、定理以及法则与平面几何的相类似：平行平面性质和平行线的性质；三面角的一些定理和三角形的一些相应定理；球面积的定义和圆面积的定义等等。在辅导记忆障碍学生时，首先让他们读一读平面几何的相关内容，然后再给他们对比，除了指出新旧知识的类似点外，也要指出它们的不同点，使新旧知识不致混淆。例如，三角形中所有定理并不是在三面角中都有和它对应的定理，三角形三个内角和等于 180°，而三面角三个面角的和就不是 180°。

又如我们可以用如图 5 - 14 的结构图来联系正弦、余弦特殊角的值，帮助学生记忆这些材料。

9. 将数学材料形象化

其目的是对所记忆材料增加一种编码形式，使材料的再现较容易发生。

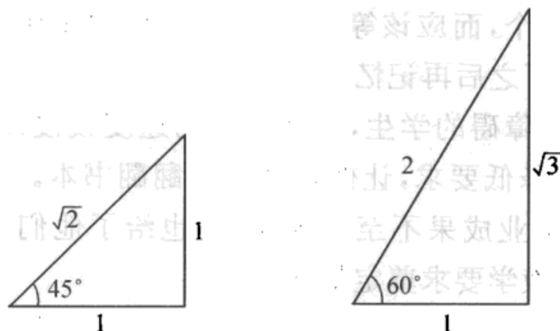


图 5-14

如记忆三角函数基本关系时可以把六个函数依序写在正六边形的顶点上，对角线的交点写数“1”，再配上一些文字说明，可以帮助学生记忆这六个函数关系。详细情况如图 5-15 所示：

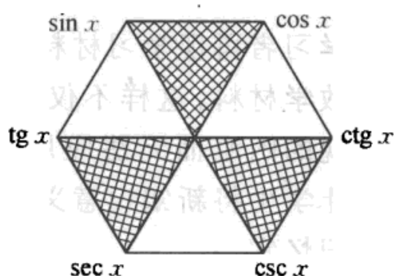


图 5-15

Ⅰ 对角线端点：倒数关系；

Ⅱ 相邻三顶点：乘积关系；

Ⅲ 阴影三角形：平方关系。

10. 避免给记忆障碍学生的练习过难

因为难题大多着重于训练学生的综合应用技巧，而记忆障碍的学生首先的问题在于回忆材料，所以难题干扰了学生记忆新知识。

如题目：“已知：$\triangle ABC$ 中 $A:B:C=1:2$。求证：$a:b=(a+b):(a+b+c)$。”显然不宜作为三角新课的练习。因为在此题求证的过程中，虽然也用到一些三角基本公式，但对回忆公式有困难的学生来说，用“什么公式”这个问题会分散他的注意力，妨碍他记忆公式。

11. 教师要反复耐心地帮助有数学记忆障碍的学生

为什么需要这样做呢？我们首先来看看克鲁捷茨基《中小学生数学能力心理学》的三个例子。

例一：一名数学记忆能力差的学生在实验者的帮助下，学习了用两种方法证明三角形的外角定理。实验者认为该生已经掌握了

这两种方法。可是在课后发现，他已经忘记一种方法，另一种方法的再现也含糊不清。

例二：被试中几乎所有数学记忆能力差的学生都喜欢这道题目："一条鱼尾重 4 kg，鱼头的重量等于鱼尾的重量加上鱼身重量的一半，而鱼身的重量等于头和尾重量之和。求鱼的重量。"他们觉得该题新鲜，乐于解这道题。但解题时几乎个个遇到了困难，需要实验者的帮助。在一小时后，10 个孩子中有 4 个记住了题目中的基本关系和解题原则，7 天后再见到这道题目，仅有 3 个记住了这道题目的类型。只有 1 个女孩能再现解题的原则。

例三：我们在本章第一节第二小节中提到过的例子，被试中数学记忆能力差的学生有的喜欢死记硬背，不大能注意到数学关系。那名学生在实验者的帮助下解决了问题，可是一周之后，她虽然记住了具体的数 113 和 112 是题目的组成部分，却忘记了数学关系——"两数的平方差"。

例一告诉我们，尽管有记忆障碍的学生上课是专心的，但是很快就会将上课的主要内容遗忘。例二告诉我们，兴趣也不能保证学生不会遗忘数学材料。例三则说明，再简单、明了的关系，有些学生还是有可能记不住。

所以有数学记忆障碍的学生记忆材料是有相当大的困难的，作为教师，我们应对此有足够的认识，不要简单地责怪他们，应耐心地帮助他们克服记忆障碍所带来的负面影响。

三、发展非逻辑思维，提高对数学信息的评价水平

在数学的学习过程中，特别是在数学问题的解决过程中，对信息的评价(考虑某个信息，对解决问题是否有用，适用的范围如何等等)，往往是以直觉、形象等思维形式进行的。因此，我们要注重非逻辑思维能力的培养。然而，传统的数学教学，却只重视逻辑思维能力的培养，而忽视非逻辑思维能力的培养。

从发展上来看，小学生的数学课就已有以接受逻辑推理为中心

的数学内容了，升入中学，逻辑思维的倾向更加强烈。例如，在小学的班会上，常见到这种情况："某某同学原不该做某某事，可他竟然做了这种事啦。"同班的某个学生会这样指责："是吗？这可不大好吧！"老师轻描淡写地规劝一下就了事。可是，对于中学生来说，却不能如此轻易地打发了。

例如，倘若老师认为留长发不妥，想设法劝阻，就须进行逻辑性的说明："为什么不妥？"若不然，学生便会拒绝接受。

这是因为，中学生有此愿望："当然，如果此事不妥，我就不去干。不干不是因为人家说了才不干，是我对自己下了命令的。所以我自己希望得到一些能够说服自己的论据哩。"

一般说来，上了中学之后，学生会加深其对逻辑本身探究的自觉性，并对此发生兴趣。

中学阶段是应该培养学生的逻辑思维能力。但是，只重视逻辑思维能力，而忽视非逻辑思维是错误的。

事实上，单靠逻辑推理是解决不了数学问题的。的确，数学运算可以同逻辑形式表述，一切都离不开逻辑推理。在提出某一问题时，若不在逻辑上对问题进行变换，必然得不出答案。但是，单从逻辑的角度考虑，会给理解问题、解决问题的过程造成很大的困难。为什么这么说呢？为说清这个问题，这里不妨举一个例子。

若有人说：试从广东境内前往北京。这就有多种走法，因人而异。有人乘中国航空公司的飞机从深圳出发，也有人乘南方航空公司的飞机从广州出发，也有人坐火车去，这就是说，到北京去的途径有许许多多，以至不惯于旅行的人会感到举棋不定。但若确定好出发地点、用哪一家的飞机，后面的事情——如中途要不要换飞机、几点钟到达等，这些问题就比较好办，可以根据飞机路线、飞机的时刻表等数据，通过推理来解决。

学生见到某个数学问题时，也会同样感到困惑。问题的变换方法，即逻辑推理展开的起始（若比作旅行，便是出发的行动方向），便有多种可能的选择（路线）。要在这些可能性里选定其中的一个，单

靠逻辑是无济于事的。

在数学教学过程中，我们常常遇到的学生学习困难，往往正是这一类逻辑无济于事的解题路径“选择”性的困难。因而，学生时常发生这样一类疑问，“老师，您怎么想到……”，或者“这道题怎样去想呀?”等等。由此可见，在教学中要处理好逻辑思维与非逻辑思维之间关系，有意识地发展学生的非逻辑思维。



阅读材料 1

对学习障碍儿童的全纳性教学的分析

作者：宋景芬

来源：http://www.papershome.com(2009 年 08 月 06 日)

1. 引论

1994 年，联合国教科文组织在西班牙萨拉曼卡召开的“世界特殊需要教育大会”提出的全纳教育(inclusive education)作为一种全新教育理念，其基本原则是：每个人都有平等的受教育的基本权利；每个人都有其独特的特性、兴趣、能力和学习需求；学校必须考虑到学生的不同特性和需求的广泛差异；学校应该接纳所有的学生并满足他们的不同需要；学校要消除歧视、反对排斥并提供优质教育。此后，各国都采取相应的措施来贯彻这一教育理念，从而做到真正意义上的面向全体学生的教育。

全纳教育将所有的儿童看做一个整体，不分差别地平等看待，给予每个儿童相适应的教育和指导。这无疑是特殊需要儿童的一大福音。可是，国外调查资料表明，学习障碍儿童人数占学龄儿童总数的 4%～6%，在某一项或多项功课学习中存在困难的学生有 13%。我国杭州地区的一项调查也表明，在校学生中有 17%的儿童存在着不同程度的学习困难。可见，相当数量的学习障碍儿童的存

在，严重地困扰着教育的发展，尤其影响着义务教育质量的提高。这种特殊需要的儿童群体并非像盲聋儿童那样身体上有所缺陷，他们的身心是健康的，只是在一些注意因子、记忆因子等认知方面发展有所不平衡，因此对学习障碍儿童的全纳性教学具有非同寻常的意义。

学习障碍儿童是特殊需要儿童类型中的一类，学习障碍(Learning Disability, LD)又称学习失能、学习困难等，是指身体健康、智力正常，但是学业成绩低于其潜在能力的一种特质性病变的总称。虽然LD儿童在某些方面有共有的特征，但这种群体属于一种异质性障碍，个体之间的特征具有不一致性。1963年美国特殊教育家柯克提出学习困难的概念以来，人们从医学、心理学、教育学等领域研究分析并取得显著的成果。但是由于研究刚刚起步，并且其相关研究目标大都局限在"矫正"与"补偿"，而未放眼于"预防"与"改善"，也可以说，在这一领域还存在研究的空白。本文对学习障碍儿童的全纳性教学试从课堂的视角从教师、学生、教学策略三个因素进行分析，希望进一步推动全纳教育理念的实施。

2. 全纳教育理念下课堂教学的三位一体

课堂教学是学校教育的一个主要组成部分，是由教师、学生及教学策略组成的一个动态的人与人之间的活动。全纳课堂是全纳教育中的最基本最主要的环节，创建一个理想的全纳课堂无论对于LD儿童还是对于其他儿童都是十分关键的。

(1) 全纳性教学的实施者：教师

教师，是传递和传播人类文明的专职人员，是学校教育职能的主要实施者。[①]随着知识经济时代的来临，社会对教师的要求越来越高。教师应该在知识储备、素质修养、人生态度、创新能力等方面全面武装自己，全面贯彻全纳教育理念，为更好地实施全纳教学做好准备，为使每一位LD学生都能得到发展贡献自己的力量。

在知识储备上，小学生学习障碍成因的复杂性注定了其存在的长期性、多样性以及必然性，而全纳教育的发展以及教师专业化的发展要求今后的小学教师不仅要充实自己的专业基础知识，还要学

习相应的心理学、教育学知识特别是有关特殊教育的知识，这样才能根据班级中每个孩子的特点制定个别施教计划。不仅让每个正常孩子的潜能得以发挥，而且还使每个有特殊需要的孩子得到发展。总之，教师应是一位百科全书式的关键人物。

在素质修养上，教师应该有高尚的师德，做到不歧视 LD 儿童，用博爱的心来了解他们、关心他们。与 LD 儿童的家长保持经常联系，以更好地促进他们的发展。另外，教师应该具有积极乐观的人生态度，对于成败坦然处之。有对生活、工作更深层次的理解，从而形成追求精神幸福的价值观。教师还要加强创新力、意志力、忍耐力等的培养。因此，教师任重道远，需要用心来诠释全纳教育的理念。

(2) 全纳性教学的主体：学生

学生是课堂教学中教师教育实施的对象，也是自我学习的主体。我们这里主要是指小学阶段的 LD 学生。学习障碍具有四个基本特征：差异性、缺陷性、集中性、排他性。[②] 与正常儿童相比，LD 学生有显著的表现特征，诸如注意力涣散、记忆力不好、多动、忧郁、沉默寡言、自卑、人际交往障碍、学业成绩不理想等。因此，他们在家长和教师眼里是所谓的老大难。但是，卢梭说："儿童是有他特有的看法、想法和感情的，如果我们用我们的看法、想法和感情去代替他们的看法、想法和感情，那简直是愚蠢的。"我们成人要积极地挖掘他们的潜力，而对于他们自身，也应该从重新审视自我、树立自信心、学会交往等方面来努力提高自己。

首先，学障儿童应在家长和老师的指导下重新审视自我，认清自身哪方面有缺陷，主动弥补。一时不优秀并不代表将来不优秀，爱因斯坦、牛顿、李光耀等都是成功的 LD 儿童。找准自己的兴奋点，积极地在各方帮助下挖掘自己的潜力。其次，LD 儿童要自觉培养自信心。只有自己认可自己才能赢得别人的认可，做好一件事后奖励一下自己，以后更要努力。一件事失败后，要不断总结经验，不气不馁。再次，LD 儿童要学会交往，用心来生活，用心来对待每个人，做到在全纳课堂中共同和谐的学习。另外，LD 儿童要以乐观的

心态来学习和生活，经常与家长、老师、同学交流自己的想法。

(3) 全纳性教学的工具：教学策略

教学策略是介于教师和学生之间的无形和有形的纽带，包括教师教的策略和学生学的策略。教师讲授的内容通过教学策略传授给学生，学生通过学习的策略来回报教师，从而两者达成教学目标的共识。在全纳理念的指导下，教学策略更应该是师生之间、生生之间交流互动的平台，但是往往 LD 儿童被忽视，成为课堂教学的一名听客。有针对性地应用一定的教学策略作用于全纳课堂，从而使有特殊需要的儿童能更好地进行学习和交流。

① 建立良好的课堂气氛

课堂气氛，也可以称为课堂心理气氛，即班级在课堂上的情绪情感状态。课堂气氛有两种基本类型：积极、健康、生动活泼的气氛和消极、冷漠、沉闷的课堂气氛。我们提倡积极的课堂气氛，积极的课堂气氛的基本特征是课堂情境符合各种不同需要的学生的求知欲和心理特点，师生之间、同学之间关系正常和谐，学生产生了满意、愉快、羡慕、互谅、互助等积极的态度和体验。这样 LD 儿童能将自己愉快地融入其中，积极地参与到学习活动中。要创建良好的课堂气氛，必须做到：第一，教师要有威信，无论对正常儿童还是对 LD 儿童都能做到一致的有奖有罚；第二，教师要以自己的积极情感感染学生，使每一位学生都能感觉到自己的重要性；第三，教师的教学活动要有情有趣，调动学生特别是 LD 儿童的学习积极性；第四，教学内容要难易适度，根据学生的掌握程度来相应地安排教学。

② 建立良好的人际关系

课堂教学的人际关系主要是师生关系和学生间的关系。师生关系融洽，教师热爱、信任学生，对学生一视同仁，学生尊重、敬仰教师，往往会形成积极、健康、活跃的课堂气氛；从学生之间的关系看，同学之间团结、友爱，容易使课堂形成互相尊重、体谅、友好的风气。课堂中应处处体现民主、平等、友爱，因此教师要以身作则，首先热爱学生，尊重学生，关心学生，了解每一个学生的需要，建立良好的

师生关系。同时，要注意发扬同学之间的团结、互助、友爱的精神，使全班的人际关系十分健康和谐，同学们在欢乐愉快的课堂气氛中生活成长。

③ 差异教学与个别化教学相结合

我国学者华国栋指出："差异教学是指在班集体教学中立足于学生个性的差异，满足学生个别学习的需要，以促进学生在原有基础上得到充分发展的教学。"[3] 1993 年出版的《个别化教学》指出："个别化教学指在教师的指导下，使每门学科的学习过程，按照学生各自的速度来组织。教学是不分年级的，以使每个孩子在学习每门学科时，根据他的能力许可的程度前进。"教师应从班级的实况出发，将两种教学有机结合起来开展教育教学。差异教学是异中求同，而个别教学是同中求异。针对学习障碍儿童智力正常的特点，我们可以按常规来教学，需要注意的是在教学过程中，注意到他们的差异，做到心中有数。在课下，有针对性地进行课外辅导，以弥补其基础学力的不足，使其提高学习成绩。教学是一个动态的过程，而教师与学生是教学中的动力系统。教师应根据每个学生每天不同的变化建立学习档案，记录他们成长的点点滴滴，特别是对 LD 儿童，要注意他们的每一点进步。全纳性学习强调不要把学生按类型分成不同类别，所有的学生应该在一起学习，只是每个人有各自的学习进度，教师要根据每个学生的学习需要来展开教学。[4]

④ 合作学习

《中共中央国务院关于基础教育改革与发展的决定》鼓励通过合作学习促进学生间的交流，使之共同发展，同时促进师生教学相长。在全纳学习中，合作是学习的基本存在形式。合作学习坚持开展基于小组的合作，最终达到知识、经验和意义与价值的完整统一，实现全纳性学习的基本价值。这里强调应在教师的相关指导下，组内开展正常儿童帮助 LD 儿童的学习活动，组间开展交流合作，共同促进整个班集体的进步。

全纳教育要求每一位学生都能得到相应的发展，但是对于学习

障碍儿童这种特殊需要的群体，必须配置一些适合他们的教学设施。例如教室内禁止贴一些颜色鲜艳的图片，教学设备最好有相应的人身保护措施等。有条件的话可以建立资源教室，隔一段时间组织心理教师或特教教师对其进行辅导等等。总之，校方和老师要考虑周全，这样才能不让一个孩子掉队。另外，慎重评价学习障碍儿童。学习障碍儿童较正常儿童敏感，因此对他们进行评价时要注意：多表扬和鼓励，并且方式要多样化。若需要对这些儿童进行批评则要特别慎重。学业成绩评价也应采取辩证的态度，不能与正常的儿童比分数高低，建立符合他们自身情况的一个评价体系。

3. 结语

我们应该根据我国目前的学校教育状况为学习障碍学生建立一个学习支持体系，在教师、学生、教学策略等方面为这些学生提供教育帮助和支持，充分关注这类人群的特殊学习需要，保证他们的学习质量和身心健康发展。

注释

① 王道俊，汪汉澜. 教育学. 人民教育出版社，1999 年版，第 550 页

② 林崇德. 发展心理学. 人民教育出版社，1999 年版，第 277 页

③ 华国栋. 差异教学论. 教育科学出版社，2001 年版，第 24 页

④ 韦小满. 英国的残疾人与全纳性学习. 现代特殊教育，2001 年第 1 期，第 47—48 页



阅读材料 2

对身边的“差生”怎么看

来源:《半月谈》2004 年第七期

“差生”这个词,纯粹是为了话题讨论之便不得已而用之,实际上,我们认为正在成长的孩子更多的只是存在个体上的差异,而不能单纯地以学习成绩来判定他们的优劣。但是,目前在我们的中学教育中,有许多成绩不好的学生的确面临着来自学校或者家庭的种种困扰。应该怎样对待这些孩子?他们的境遇、心理状态如何?老师、同学、家长以及社会上方方面面的人应该怎样看待他们、帮助他们?对待所谓的差生这个问题看起来很具体,但是它却直接表明了教育的指向和目的。本期校园话题,就让我们来关注一下“差生”。

学生论坛

换种方式待“差生”

听过这样一个故事。教育家陶行知在校园里散步,正好路过一间教室门口,发现有两名男生在打架。一个高个子的手里拿着个尖石子,正准备向另一个同学砸去。陶行知急忙吆喝了一声,那“高个子”停手了。陶行知便问:“你们为什么打架?”“他欺负女同学!”高个子回答说。“那么,今天,是谁先打人?”“我!”高个子说。“那好,你明天上午上学前到我办公室去一趟!”

第二天，陶行知"迟到"了。他到办公室的时候，那个"高个子"正等着。陶行知笑笑说："你过来，我奖你一块糖。奖你很讲信用。我问你，你为什么要打人？""他欺负女生！""好！我再奖励你一块糖。奖你有正义感。不过，我也有同感，对待敌人应该狠狠打击。但是…""老师，我错了。我打的是同学，不是敌人，以后，我再也不敢了。""那好，第三块糖奖你知错改错了。"

这故事很能说明问题，换种方式对待有问题的学生，也许事情就好办得多。◇

（江西上高四中　黄河）

给所有学生以平等

2004 年 3 月 4 日《南京日报》报道，石家庄一中学劝退一名"差生"，奖励老师 150 元。看看老师劝退"差生"的手段：让"差生"坐最后排；挑小毛病罚站数天；经常说"差生"上课也没用……这些和我看到、听到或在媒体上读到的老师对待"差生"的手段诸如"单独编班"、"打耳光"、"学生自打或互打"等相比，已经算是"善行"了。这些被上了手段的"差生"后来如何？转学、失学，身体被打伤，心灵被摧残，学校，成了他们永久的伤心地。

有的老师还振振有词，替自己开脱：都是社会急功近利，都是应试教育惹的祸。客观地说，教育的大环境确实有不尽如人意的地方，但这不是老师摧残学生身心、剥夺学生受教育权的借口。正因为学生有不足，所以才需要教育，希望所有的老师都能铭记这一点。◇

（南京金陵中学　王守明）

给点阳光　让他灿烂

促进"差生"转变的办法有很多，在我们学校，利用校报开展"阳光工程"就挺有效。学校发动各班老师随时捕捉、采写这部分同学身上的闪光点，在校报上给予大力表扬，以此树立他们的自信心，促进他们向好的方面转化。有一位男同学学习成绩一般，平时表现也自由散漫，是老师和同学们眼里出了名的"捣蛋大王"。但上学期在一次课外活动时，他主动将丢弃在垃圾箱附近的果皮纸屑全都清扫

进了垃圾箱，这一举动正好被站在楼上的班主任看到了，及时写了一篇表扬稿，在校报上刊登出来，受到同学们的称赞。这位同学被表扬后，更加注重自己的言行，变得越来越关心集体、遵守纪律、帮助同学了。后来，他在学习上又有了进步，老师不失时机地又针对他的学习进步情况，在校报上表扬了一次。就这样，在表扬声中，慢慢地，这位同学各方面都有了进步。◇

（江苏徐州金山桥寄宿学校　刘向鸿）

“差生”就处处不如人吗

“差生”之所以叫“差生”，是因为他们的学习成绩差。这并不意味着他们在其他方面也差。然而，有些人却因此对他们的行为甚至思想表示否认与怀疑。如果“差生”做了一件助人为乐的大好事，人们会认为他别有用心；如果“差生”偶尔写出了一篇颇具文采的作文，人们会认为他抄袭；如果“差生”在一次献爱心活动中也捐款了，人们会认为他想巴结他人。诸如此类的例子举不胜举。实际上，“好生”和“差生”是各有千秋的。比如，有一些“差生”在体育方面比较突出，当在比赛中听到老师与同学们的呐喊助威声时，他们奋力拼搏，常常给集体争得荣誉。如果我们在学习中也像这样为他们加油鼓劲，那他们说不定也会奋起直追，不负众望呢。◇

（江西宜丰二中　李艳艳）

请别丢下我们

父亲去世后，我跟随当民工的妈妈来到新疆上学。由于用的课本不一样，所以开始我对老师讲的课一点都不明白。再加上我有一口浓重的方言，每当开口说话时同学们便哄堂大笑，所以我就变得越来越沉默，而对于他们的“新疆话”，我也似懂非懂。这样，尽管我非常努力，但是期中考试还是排名倒数第三。后来，是语文老师的一句话改变了我，她把我叫到办公室说：“我相信你不是一个笨学生，只是你现在不适应这里的环境，只要努力，我相信你会成为一名优秀学生的。”听到这番话，我心里好感动，对于“差生”来说，老师的鼓励与信任便是最好的营养品。于是，我有了新的想法，就是要以

积极乐观的心态把学习赶上去，我借了班里学习好的同学的练习册与课堂笔记，每天熬夜赶抄、背诵。这一切被每天为生活奔波的母亲看到，她怕我太小会被累病，就对我说："孩子，只要尽力就行了，妈妈不会怪你的。"第二天下午放学后，回到家，发现桌子上摆了4个橘子，正纳闷，妈妈说："吃吧，这是为你买的，你每天学习太辛苦了。"我呆了，站在那里眼泪往下流，我知道自爸爸不在后妈妈受的苦，作为民工的她天天奔波，从未给自己添置过一件衣服。再后来，班里一位善良的女孩到我家玩后，发现了我家的贫困，从此每天都从家里给我带一个鸡蛋。这一切，我看在眼里，记在心里，为了不辜负所有关心我的人，我的学习劲头更大了，成绩也直线上升，过了半年，就跳到了前三名，从此成绩一直很好。以我的经历，我替所有的"差生"呼吁：请别丢下我们。只要有老师的鼓励、父母的支持、同学的关心，"差生"也是可以变"好生"的。◇

（新疆石河子　马秀娟）

"差生"不差

我不知道判定一个学生好坏的标准是什么，倘若只是分数的话，那人们的想法未免太狭隘了。我在我的班级里成绩还算可以，然而我绝不承认自己就是"好生"，因为我连上街打瓶酱油的经历都没有。在我的身边，有许多所谓的"差生"，他们考试的分数诚然是不高的，但其中却不乏乐器高手、文学天才或者体坛健儿。他们在各自喜爱的领域里都达到了一个令我艳羡的境界，依我看他们都是人才，所以我也很敬重他们。我觉得完全没有必要用怜悯甚至蔑视的眼光对待周围的"差生"。"好生"的风光不过是因为暂时碰到了一个适宜他们学习的对象和环境，等到将来投入社会，参加到实际工作中去时，"差生"的能力也许并不差。◇

（江苏省南通市师院附中　张阳）

观点集萃

学生实际上并不存在好和差的分类，只是他们有不同的兴趣和特长而已。我们为什么就不能容忍学生有自己的爱好和专长呢？

为什么一定要学生都像一个模子里铸出来的呢？我们现在的教育就应该承认学生个性的差异，造就充满活力、富有个性的一代新人。我想我们应该像苏霍姆林斯基说的那样："让每一个学生在学校里抬起头来走路。"

——浙江省临海市桃渚镇　陈云超

由于"差生"有缺点或淘气，个别教师和同学常别出心裁地给他们取绰号。如脑子笨的叫"花岗岩"、"猪猡"，爱打架的叫"斗鸡"，爱打扮的叫"妖精"等等。这些侮辱性的绰号，会使一部分"差生"更加自卑消沉，一部分会偏激乃至冲动，大家千万别再这样对待他们了。

——湖北省老河口市竹林桥中学　孟国

许多老师常对"差生"这样说：只要你上课别讲话，不影响别人，哪怕睡觉都行。这种说法不仅不能保证"差生"上课的纪律，反而会使他们受到严重伤害。作为"差生"，本来就容易产生自暴自弃的想法，他们逆反心理很强。老师的抛弃，会把他们推向破罐破摔的境地。

——河南新乡铁一中　徐茵茵

家长谈心——我这样对待孩子

作为家长，望子成龙之心，可谓人人有之。但事实上不可能所有的孩子学习成绩一样好。我的儿子就属于学习成绩不佳者。上小学的时候，由于贪玩并爱看电视节目，他的学习成绩一直上不去，尤其是 2003 年刚升入初中时，学习成绩在班里处于偏下水平，有一半以上的功课考试不及格。针对他这种状况，我既没有打他，也没有骂他，更没有无休止地责怪和训斥他，而是在国庆节放假时，和他进行了一次面对面的交流。我和他共同总结学习成绩差的原因，并指出他的优点。自那以后，我儿子就像换了一个人似的，该玩的时候就痛痛快快地玩一会儿，然后专心学习；逢星期天、节假日，只看一些少儿电视节目，其他时间也扑到了学习上。结果他的成绩提高很快，年终考试时，英语成绩最低，考了 61 分，历史成绩最高，考了 84 分。虽然在班级里仍处于中等水平，但对他来说，已经是不小的进步。针对他的转变和进步，我及时加以鼓励："原来我儿子也是非

常聪明的，一努力就考得这么好，以后继续加油。”孩子由于思想上没有包袱，精神上没有负担，只有家长和老师的鞭策和鼓励，所以他的学习成绩一直在不断提高。◇

（李广义）

名师点评

一个都不能少

每一个学生受不同环境和因素的影响，都有自己智商、兴趣、性格的特点以及为人处世的方式，出现差异实属正常，也符合事物发展的规律。如果我们认可这一点，那么我们就会抱着一颗平常心去对待这些所谓的“差生”。许多“差生”考试成绩不太理想，并不是他们不认真、不刻苦。相反，我时常被一些成绩不太好的学生的刻苦执著、不甘落后的精神所感动。在较差的成绩面前，他们并没有失去自我。他们身上有这种可贵的品质，你能说他们是“差生”吗？成绩低一些并不意味着他们在其他方面不优秀，在音乐、电脑、足球和演讲等方面或许他们要比教师心目中的优等生更胜一筹。所以，如果教师以学习成绩高低把学生分成三六九等，是对学生的最大不公。作为教师，应该维护每个学生平等的受教育和被关爱的权利，相信每个学生都很优秀，都是人才，并努力创造人人皆可成才的机会，尊重每个学生的尊严、权利和自由，宽容各种不同的声音、性格、爱好、生活方式和学习结果。

唐代大文学家韩愈的《马说》和科学家的跳蚤实验都说明外部环境对一个人的成长和进步是多么重要，教师要做伯乐，不要做盖在跳蚤头上的玻璃罩，要敞开博大的胸怀，把爱与智慧播进每一个学生的心田。要始终坚守这样一个信念：在成长和前进的道路上，所有的学生，一个都不能少。最后，我希望每一个人民教师都能铭记这样一句名言：“没有落后的学生，只有落后的老师。”◇

（河北青县一中　曲祖江）

阅读材料 3

数学机械学习的表现、成因及若干对策

作者：谢明初

来源：《数学教育学报》1997 年 5 月

数学机械学习(rote learning)就是指学生对数学的概念、定理、公式、法则缺乏理解，单纯重复的死记硬背式的学习。英国教学法专家 Skemp 教授认为机械学习不是真正的数学学习[1]，我国教育心理学家邵瑞珍教授认为机械学习同学生的智力发展无关[2]。本文试图就数学机械学习的表现、成因及对策做初步的分析探讨。

1. 数学机械学习的几种表现形式

用学习心理学的观点来解释，数学机械学习的实质就是当前所学的数学知识没有纳入到学生已有的认知结构中去，新旧知识没有融会贯通，没有建立非人为的、实质性的联系。

表现之一　学生虽然记住教科书中的定义、公式或定理，但不理解它们的实际内容和涵义，因而看不出形式上不同的概念实质上代表本质相同的内容。如有的学生能正确复述函数的定义，但不知道 $y = f(x) = x^2$ 与 $v = s(u) = u^2$ 表示的是同一个函数，又如有的学生知道反比例函数 $y = k/x$ 的图象是双曲线，却不会作方程 $xy = k$ 的图象。

表现之二　学生生搬硬套数学公式、法则，而不注重这些公式、法则成立的条件，因而看不出形式上相同的问题之间的本质区别。例如有一道习题："证明 x^n+y^n（n 是奇数）能被 $x+y$ 整除"，粗略一看，适合用数学归纳法来证明，但认真思考，它与数学归纳法的条件不符，因为这里的 n（奇数）虽是自然数但不是连续的自然数。可是在作业中却发现很多学生都直接运用数学归纳法去证，结果出现不应有的错误。事实上，此题可先把 n 写成 $2k-1$ $(k\in\mathbf{N})$ 的形式，然后再对 k 运用数学归纳法去证。

表现之三　学生强记数学法则、公式、定理，但不知道它们为什么可行。如学习算法却不知道算理，学习公式却不会推导，学习定理但不会证明。

表现之四　学生把不同的数学分支或同一分支的各个内容看成是孤立的，彼此没有联系的知识。如有的学生学习了解析法证题就忘了几何法证题。又如有的学生在学习指数函数和对数函数时，总是把它们看成是不相干的两个函数，而在应用的时候恰恰需要二者变通，有时需要把指数形式变换成对数形式，有时则需要把对数形式变换成指数形式。

表现之五　学生只会做形式上的数学演算，但不知道这种形式上的演算代表的现实意义。例如有的学生能熟练做微分、积分的运算，但对求曲线的切线，求变速运动的瞬时速度或路程等问题却感到特别困难。

2. 数学机械学习的成因

2.1　被动学习。被动学习是一种因外部压力或为了应付教师或家长的要求而进行的学习。在被动的学习情景下，学生一般不会自觉运用他过去学过的知识或已经具备的经验去理解新的知识，而往往采用急功近利的、逐字逐句的学习方式，把当前所学的数学符号、结论机械地背诵下来。

2.2　缺乏认知准备。包括两个方面：(1)缺乏领会新知识的基础知识，如学习一元二次方程求解，如果学生没有掌握分解因式、配

方、代数式的恒等变形，那么他只能机械套用求根公式；(2)缺乏理解新知识的思维水平，如在学生的数学思维水平还没有达到数学公理化阶段时，采用皮亚诺方法引入数的概念，学生就会因为无法理解而导致死记硬背。

2.3 对数学语言的语义处理和句法处理不当。数学语言包括语义和句法两个方面。数学语言的句法是指这个语言的结构、内部构造。数学语言的语义是指数学语言代表的实际内容与意义。在解决实际问题时，首先要把问题转换成数学语言，然后再对数学语言进行形式化的处理，最后要把所得的结果转换成原来那个实际问题的语言。教师在教学中如果只关注数学语言的语义方面，那么学生将不会使用形式化的数学工具，进而用来解决实际问题。如果教师只限于数学语言的句法方面，那么学生将不理解数学语言表达的意义，不能把非数学问题化成数学问题，他们的知识将会是表面的，形式主义的。

2.4 忽视知识发生过程的教学。表现在：(1)忽视知识产生的来源背景。如“导数”的教学，有的教师只强调如何利用定义或公式计算各种函数的导数，而对发现“导数”概念的“切线问题”、“瞬时速度问题”却一笔带过。(2)只讲算法不讲算理。这在代数的教学中显得尤为突出，如由于学生不知道 $a\cdot(b+c)=ab+ac$ 的算理，因而生搬硬套出现 $\sin(a+b)=\sin a+\sin b$，$\lg(x+y)=\lg x+\lg y$ 等错误。(3)只讲现存结论，不引导学生通过归纳、分析、综合去理解解题思路，抓住解题实质。例如讲一个定理的证明，若只是照着课本一步一步考虑每一推理步骤，判断其是否正确和符合规则，则学生不会真正理解这一证明过程，因为他们并不知道每一个证明步骤为什么必须这样联结，而不是那样联结。

2.5 不注意揭示数学知识间的逻辑关系，而是孤立地呈现一些数学概念、法则。例如指数函数和对数函数刚好是一对反函数，可是教材却分为两节来讲叙，若教师不反复地向学生指出这两个函数之间的关系，那么学生将会孤立识记它们各自的图象、性质，在具

体运用中也不善于将二者互相转化。

3. 克服数学机械学习的若干对策

3.1 培养学生积极的学习态度，调动学生的内部学习动机。动机、态度虽然与学习的性质没有直接必然的联系，但它可以通过努力、增加注意与持久性，以及对学习活动的及时充分的准备来促进和加强学习过程的进行。与机械学习相对立的是意义学习(meaningful learning)，而意义学习要求学习者具有把新旧知识联系起来思考的意向以及理解新知识所必备的知识与活动经验[3]，而这都与学生积极的态度与强烈的动机有关。只有这样，抽象的数学语言才能内化为学生自己的语言，从而获得心理意义。

3.2 充分挖掘隐含在教材中的数学思想与方法。任何东西只有用较高的观点来透视，才能看清它的本质[4]，而数学思想与方法是在反复理解和运用数学知识的过程中发展和提炼出来的，它具有很强的包摄力和概括性。从学习理论上讲，数学思想方法在学习新知识的过程中起到一个“先行组织者”的作用，而在知识的巩固过程中，数学思想与方法又对数学知识起着以纲代目、以简驭繁、综合贯通的作用。教师要认真钻研教材、深入分析教材，理解知识网络和思想、方法体系，要把数学思想、方法的教学当成一个明确的任务渗透在教学过程之中。

3.3 运用变式教学，突出数学概念的本质特征。数学概念是抽象的，任何一个具体材料只是数学概念的特例而不是这个概念本身。如果没有对各种具体材料的变形，将会导致学生把注意力固定在事物的偶然的、表面的特性上，并把非本质特征当成本质特征。因此，为了使学生能够正确理解和运用概念，必须使学生具有各种不同的直观经验，特别是教师的讲解不能局限在书本上的标准图形和标准符号的基础之上，而要用各种不同的形式，变换它的位置、大小、符号以及各个元素的排列顺序。在运用具体材料帮助学生理解概念时，除了举出各种正面的例证(变式)之外，有时还要举出反例。反例在加深概念和法则的理解时往往起到极为重要的作用。例如，

学生通过教师的讲解，表面上理解了圆的定义，还能自己画圆，但当教师把一只皮球拿出来让学生判断时，学生都认为是圆。可见学生并未真正理解圆的概念，而通过这一反例，使学生对圆必须在“同一平面上”这一特性有了清晰的认识。

3.4 向学生提出理解性的目标要求。机械学习有时并不是学生主观愿望造成的，绝大数学生都愿意学会并理解数学概念、方法、原理，但是他们往往在仅仅抓住数学知识的表面特性之后，就自欺欺人地认为已经弄懂了全部的内容，而在复习的时候，他们往往认为只要记住数学结论或是按照课本例题解类似的习题就算完事。因此发展学生“理解能力”应该成为数学教学的一个目标。为此，在课本习题或考试题中，除了安排训练技能技巧和一般解题能力的题型之外，还应当增加训练学生对数学知识体系的理解题型。

3.5 鼓励学生更多地实践。数学学习是学生的积极主动的建构过程，在这个过程中学生通过把新旧知识相融合来建立理解的层级结构。没有学生的积极参与，就不会有学生对数学的真正理解，“学生要想牢固地掌握数学，就必须用内心的创造与体验的方法来学习数学[4]”。在数学课堂里，教师必要的讲解是不能少的，但绝对不能以此来代替学生的实践。要改变“教师讲——学生听”这种单一的交流方式，增加“学生讲——教师听”和“学生讲——学生听”这类新的交流方式，要组织讨论，要鼓励学生通过口头或书面的形式表述他们自己对数学的理解，引导他们在尝试错误中做出令人信服的论证。

参考文献：

[1] R. R. Skemp. The psychology of learning Mathematics. Penguin 1971

[2] 邵瑞珍.教育心理学—学与教的原理.上海教育出版社，1983 年版

[3] 曹才翰.教学意义学习初探.数学通报.1986 年第 8、9 期

[4] 美国国家研究委员会.人人关心—数学教育的未来.世界图书出版公司，1995 年版

阅读材料 4

数学学习焦虑的预防与消除

作者:谢明初

来源:《数学教育学报》2002 年 1 月

1. 前言

焦虑(anxiety)是一个情绪变量。一般认为焦虑是由于个体不能达到预期的目标或者不能克服障碍受到威胁,使其自尊心与自信心受挫,或使失败感和内疚感增加而形成的紧张不安、带有恐惧感的情绪体验。心理学家从临床的观点把焦虑反应看作是带有不愉快情绪色调的正常的适应行为,把它描述为包含对危险、威胁需要做出特别努力但对此又无能为力的苦恼的强烈预期。在欧美国家,早在 20 世纪 40～50 年代,焦虑就是教育心理学的研究以及实践所关注的焦点,如 Sara son 及其同事编制了专门“考试焦虑”量表。到了 20 世纪 50～60 年代,关于过度焦虑与学生的学习成效之关系的研究开始大量出现,如 Spielberger (1966)的研究表明:20%以上的学生因为典型的过度焦虑导致学习失败或中途辍学,而在低度焦虑的学生中,因学习失败而辍学者只有 6%。20 世纪 70 年代的许多研究(Sieber, O'Neil & Tobias 1977, Cited in Tobias 1979)从传统课堂教学环境到计算机辅助教学都取得了类似的研究成果,证明无论

采用什么样的教学方式，焦虑对学生的学业成效都有着显著的影响。Spielberger (1972) 对考试焦虑的性质和测定作了评述并且验证了各种心理治疗对焦虑的效果。

进入 20 世纪 80 年代之后，对学生学习心理的研究成为数学教育研究的一个热点。许多研究都揭示了对一部分学生的确存在数学学习焦虑这样一种心理现象（Morris, Janet 1981. Williams, W. Virginia 1988. Skiba, Aurelia E. 1990），并且提出了一些针对性的建议（Zaslavsky, Claudia 1994. Tankersley, Karen 1993. Paul J. Fainlunks 1992. Scieszka, Jon 1995. Vanessa stuart 2000）。本文试图分析引起中小学生数学学习焦虑的主客观因素，以及焦虑对数学学习的影响，并探讨怎样控制焦虑从而改善学生的数学学习。

2. 焦虑与数学学习

焦虑存在着水平上的差异，一般可以分为高度、中度和低度焦虑。对数学学习有高度焦虑感的学生有很强的学习动机，迫切希望在短时期提高学习成绩，常常过高估计数学材料的困难，担心自己不能顺利完成学习任务。于是他们总是处在“备战”状态，精神过于紧张，担心不能回答老师的提问，害怕独立完成作业。从心理反应来看，数学学习过度焦虑的反应是“学习者手掌心出汗，心脉加快”，但当转到学习其他学科时这种反应随之消失。从外显行为表现看，数学学习过度焦虑症学生“说话不流利，不能像平时那样从容地回答问题，忘掉已经记忆的公式，正常的思维中断，本来会解的问题不会解。”中等焦虑的学生的神经系统处于平衡状态，情绪保持平稳，注意力集中、持久，记忆和思维的效果好，有较好的师生关系和同学关系，学习效率较高。对数学学习低度焦虑的学生在学习数学的时候，往往注意力不集中，不够兴奋，对数学成绩采取漠不关心的态度。对数学学习低度焦虑学生进一步可分为两类：一类学生对学习数学的困难估计不足，似乎没有问题可以难倒他们，但是这类学生在实际学习过程中时常会出现挫折。另一类学生看不到数学对他们升学、就业的重要性，不思进取，安于现状。对数学学习过度焦虑

的学生是很难出色地完成学习任务的，例如一个参加考试的学生如果处于高度焦虑的状态，就可能会将试题看错或做错误解释，也许还会忘记了重要内容，这样答出的试卷就没能反映出他的才能的真实水平。为了促进数学学习，使学生保持中度的焦虑水平是必需的。从研究报告来看，教师在数学教学中遇到问题主要是由于学生的焦虑过度而不是焦虑过低。

3. 引起数学学习过度焦虑的根源

3.1　数学学科的性质

数学是中小学最重要的学科之一，也是学生最感困难的学科之一。对学生来说，数学不仅是升学必考的学科，而且也是学习其他学科的基础，这必然给学生造成一定的压力。但是另一方面，数学又具有严谨性、抽象性的显著特点。在现行中小学课本中出现的公式、符号、定理都是经过漫长的历史发展后才以今天这种规范的逻辑体系的方式表达，然而不幸的是历史发展过程中的其他环节——直觉、猜想、尝试错误却没有记录下来或因为编排的原因给略去了。这就给学生理解数学知识、发展数学思维造成了障碍。另外，有研究提出，给学生学习数学造成威胁的另一个原因是数学使用的特定语言。数学的这种特定语言并非像形象化、口语化的语言。其中大部分是全新引进的定义（只为数学学科所用），另一部分虽借用了生活用语的词汇，但这些词汇却代表迥然不同的意义。这些精确性、高度简缩化的符号语言又很少在其他的地方得到强化。这是因为它们表达的是抽象的思想之物，并非直接与外界联系。数学学科的这些特点使一部分学生产生特殊的情感体验——对数学的恐惧感，伴随而来就是对数学学习的一种焦虑情绪。

3.2　教师的行为

认知过程同时也是一个情感过程。教师的行为（语言、态度）不仅影响了学生学习的质量，而且对学生心理变化也产生了影响。

引起学生的数学学习焦虑的教学行为可以分为两类：一类是显性的（语言、动作方面），一类是隐性的（表情、语气、态度方面）。显

性行为包括口头语言行为和实际动作行为。例如一个教师怒视一个做错了题的学生，并当着全班同学的面指出学生的错误并大声叫喊："我必须告诉你多少次，你才能弄懂……"隐性行为虽然是隐蔽的或隐含的，但也和显性行为起着同样危害。例如一个数学学习成绩不太好的学生向他(她)身旁的老师求教，教师却佯装没有听见而匆匆离开。不论显性的行为还是隐性的行为，都会引起学生的注意。由于数学需要连续、系统的思考，任何紧张、不安的心理必然对思维产生消极影响。

可能引起数学学习焦虑的显性行为主要包括：

言语上的：

"如果你阅读了课本，就不会有任何问题。"

"如果你不喜欢上数学课，那么请出去。"

"怎么了，为什么就你一个人没有弄懂。"

行动上的：

- 教师拒绝回答学生的提问，尤其是差生的提问；
- 当面讥笑、讽刺学生；
- 没有耐心听完学生的解释，直接说出问题的答案。

引起数学学习焦虑的隐性行为主要有：

- 教师对差生学数学持蔑视态度；
- 教师对女生学好数学没有信心，认为女生天生不是学数学的料；
- 教师偏好提问那些数学成绩好的学生；
- 暗示只有那些优秀学生才能解决课本上带有挑战性的问题。

3.3 学习者主观因素

学生对数学的恐惧感是焦虑产生的主要因素。除了学科性质、教师行为等因素外，心理焦虑还与学生个性特点有关。

动机大小。学习数学的动机表现为对出色完成学习任务、取得好成绩的追求。如想在考试中取得优异成绩，有的学生想在课堂里解答困难的数学问题以证明自己的能力或考上名牌学校。追求目

标越高，困难越多，压力越大，就越容易产生或加重焦虑的水平。

性格特点。如果学生性格特征是积极的，如自信、勤奋、镇定、勇敢、乐观等，就会善于进行自我控制，保持稳定的心态。反之，如果性格特征是消极的，如骄傲、自卑、优柔寡断、悲观等，则很容易无中生有，把问题朝坏的方向想，常常心事重重。

能力的强弱。学习数学能力的较弱，对自己不自信的学生和能力、自信心较强的学生相比，产生焦虑的频率高、时间长、强度大，妨碍作用也大。

4. 数学学习焦虑的预防与消除

4.1　帮助学生分析焦虑的真正内容与根源

从心理治疗的角度来看，如果学生能把自己心理潜意识的威胁清楚地暴露到意识层上去，那么学生对自己的学习能力、学习状况就会有一个正确的认识。认识到自己的过分担心不仅是没有根据的，而且是有害的。要做到这一点，教师必须实现从传统的数学权威向学生学习的帮助者、支持者的角色转换。这样，学生才能自由地、真实地表达他们的思想。可让学生给自己开个清单，把每个可能引起焦虑的潜在因素全记录下来，然后对它逐个进行审查、分析。这不仅可以预防焦虑的产生，而且可以阻止焦虑的扩散。

4.2　消除学生对数学的神秘感和恐惧感

为消除学生对数学的神秘感和恐惧感，帮助学生建立学习信心，教师在教学过程中，应该结合具体内容始终如一地向学生传授这样的观念：

数学是生动的、有趣的；

数学是与日常生活紧密联系的；

数学知识是相互关联的；

人人都会犯错误，学生学习数学也是这样。

4.3　使用暗示技术

教师并非直接对学生说“你不怕”、“不必紧张”之类的话语，而是通过语言、行为、环境对学生心理间接地施加影响。教师要对学

生抱有充分信心，相信他们具有学好数学的潜质，在个别辅导有数学焦虑症的学生时坚持多表扬，少批评；多鼓励，少指责；多帮助，少埋怨。在课堂上尽可能让这类学生回答或解决与他们水平相适应的问题，让他们体验成功，并在同学面前证实自己的实力。

4.4 鼓励合作学习

如何减轻学生数学学习的焦虑？全美数学教师协会在 1991 年建议“应把数学课堂变成学习共同体”。在这里学生可以提出猜想，做出假设，大胆创新。在这样的共同体里，学生互相学习，互相依赖，共同享有学习资源，共同享受成功的喜悦，共同承担失败的风险。然而在传统的课堂尤其是数学课堂里(可能是有些人认为学习数学只需一张纸一支笔就够了)，教学方式主要是鼓励个人的努力和竞争。我们知道，大多数体育训练都是以团队精神为基础的。为什么学习就不同？合作学习价值是巨大的，因为它不仅帮助学生理解所学的数学内容，而且形成一个融洽气氛，使学生学习由原来个人的竞争变成一个团体合作，大大缓解学习的压力。



参考文献

[1] Anneli Lax and Giuliana Groat. "Learning Mathematics." Mathematics Tomorrow. Ed. by Lynn Arthur steen. New york, 1982. P. 85 - 87

[2] Vanessa B Stuart. "Math Curse or math Anxiety?" Teaching children mathematics. on WWW, Vol. 6, No. 5, January 2000

[3] Ginsberg H. P. Mathematics learning disabilities: a view from developmental psychology. Journal of Learning Disabilities, 1997, 30 (1):20 - 33

[4] Jitendra A K, Xin Y. Mathematical word-problem-solving instruction for students with mild disabilities and students at risk for math

[5] failure: A research synthesis. The Journal of Special Education, 1997, 30:412 - 438.

[6] 郑君文等.数学学习论[M].广西教育出版社,1991 年版,P.25

[7] 王喜军.数学学业不良学生问题解决人知的过程[J].华东师范大学硕士论文,2006 - 09 - 01

[8] 韩孝达.通达学习[M].课程论坛,香港,VOL.3 Issue.2, P.56—58

[9] 苏式冬.中学数学教学研究[M].广东教育出版社,1991,1—13

[10] 李世海.学习与成功的奥秘[M].陕西师范大学出版社,1987,23

[11] 李俊生.兴趣与数学教育[J].数学通报.1983.11

[12] 胥兴春.数学学习障碍干预研究的取向及发展走向[J].中国特殊教育.2005.10

[13] 张庆林、管鹏.小学生表征应用题的元认知分析[J].心理发展与教育.1997,(3):11—14

[14] 张云仙.学业不良生与学优生估算能力对比研究[J].数学教育学报.2008(4)
[15] 鲁献蓉.数学学习困难学生的认知特点[J].数学教育学报.1999,348:55—58
[16] 王金丽.优、数学学习困难学生非智力因素发展研究[J].心理学探新.2000,318:32
[17] 杨振武.高中数学学困生多元智能评价与学困生转化的研究[J].湖南师范大学硕士论文,2006-09-01
[18] 郭清波.运用数学开放题转化数学学困生的策略[J].教育探索.2006-05-01
[19] 李志民.高中数学学困生数学学习困难的调查研究[J].西北师范大学硕士论文,2007-10-01
[20] 张存山.中学数学学困生与学优生元认知技能发展差异研究[J].首都师范大学硕士论文,2007-04-01
[21] 刘万玲.高中数学学困生和数学优生差异的研究[J].扬州大学硕士论文,2006-05-01
[22] 魏平义.改进高中数学学困生数学学习的个案研究[J].西北师范大学硕士论文,2006-11-01
[23] 徐顺琴.初中数学学困生教学探究[J].法制与社会.2009-07-15
[24] 余杰.数学学困生的成因分析[J].科教文汇(中旬刊).2007-10-20
[25] 艾阳辉.中小城市数学学困生的成因分析[J].四川文理学院学报.2007-06-30
[26] 沈成菊.谈农村初中数学学困生的转化问题[J].宁波教育学院学报.2007-10-20
[27] 周素云.浅谈小学数学学困生的转化[J].中国校外教育(理论).2007-11-15
[28] 殷爱梅.初中数学学困生的成因分析及转化[J].各界文论.2007-06-15
[29] 刘瑞阁.谈高一数学学困生的成因[J].教育实践与研究(中学版).2007-07-25.
[30] 黄浩飞.浅谈中专生数学学困生的转化[J].科教文汇(中旬刊).2007-06-20
[31] 李捷,周方敏.谈大学数学学困生的教育策略[J].内江科技.2007-

08 - 15

[32] 付茁. 中学数学"学困生"思维惰性的调查研究[J]. 西南师范大学学报(自然科学版). 2007 - 06 - 20

[33] 何晓娜,孙帆. 多元智能视野下的数学学困生转化初探[J]. 现代教育科学. 2008 - 04 - 20

[34] 席志飞. 给数学学困生一个平反的机会[J]. 教育实践与研究(中学版). 2008 - 08 - 25

[35] 钱亚莉,陈国芳. 情感教育与大学数学学困生转化[J]. 吉林省教育学院学报. 2007 - 06 - 15



[General Information]
书名=数学学困生的转化
作者=谢明初，苏式冬，徐勇编著
页数=111
出版社=华东师范大学出版社
出版日期=2009.10
SS号=12384418
DX号=000006815049
url=http://book2.duxiu.com/bookDetail.jsp?dxNumber=000006815049&d=40DEC6D15517D6222FE556A73E338C60&fenlei=070501&sw=%CA%FD%D1%A7%D1%A7%C0%A7%C9%FA%B5%C4%D7%AA%BB%AF